

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

1.1 Beras

Beras merupakan makanan pokok bagi sebagian besar masyarakat di Indonesia. Konsumsi beras di Indonesia mengalami peningkatan setiap tahunnya seiring dengan meningkatnya jumlah penduduk di Indonesia. Kebutuhan beras nasional tidak terpenuhi oleh produksi beras dalam negeri dikarenakan masih adanya impor beras. Akan tetapi, di sisi lain, harga beras sangat ditentukan oleh pemerintah dan tidak dinamis seperti halnya tanaman hortikultural atau perkebunan sehingga umumnya petani padi sering merugi. Tanpa perubahan tata niaga beras dan pengurangan campur tangan pemerintah, agribisnis padi akan tetap tidak banyak diperhitungkan dan diminati oleh investor di bidang pertanian (Fardhani dkk, 2018).

1.2 Peramalan

Peramalan adalah proses memperkirakan nilai di masa yang akan datang dengan menggunakan data yang ada di masa lampau. Data di masa lampau secara sistematis dikombinasikan dan diolah untuk memperkirakan suatu nilai di masa mendatang. Dalam melakukan peramalan terdapat dua pendekatan, yaitu dengan pendekatan kualitatif dan pendekatan kuantitatif.

- a. Metode peramalan kualitatif merupakan metode peramalan yang menggabungkan faktor-faktor seperti intuisi pengambilan keputusan, emosi, dan pengalaman pribadi.
- b. Metode peramalan kuantitatif merupakan metode yang menggunakan satu atau lebih model matematis dengan data masa lalu dan variabel sebab akibat untuk meramalkan permintaan.

Metode peramalan kuantitatif dapat dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu:

1) Model deret waktu/*time series*

Pada model deret waktu, suatu variabel diramalkan berdasarkan nilai variabel itu sendiri pada periode sebelumnya.

2) Model kausal/*explanatory*

Pada model kausal ini, suatu variabel diramalkan berdasarkan nilai dari satu atau lebih variabel lain yang berpengaruh, dengan kata lain model kausal adalah memasukkan dan menguji variabel-variabel yang diduga akan berpengaruh terhadap variabel dependen. Model ini biasanya menggunakan analisis regresi untuk menentukan variabel mana yang signifikan berpengaruh terhadap variabel dependen. Selain menggunakan analisis regresi, metode ARIMA atau *Box-Jenkins* juga dapat digunakan untuk mencari model terbaik dalam peramalan.

Tahapan khusus dalam melakukan peramalan menggunakan metode kuantitatif:

- a) Mendefinisikan tujuan dari peramalan
- b) Membuat diagram pencar (Plot Data)

- c) Memilih model peramalan yang tepat sesuai dengan plot data
- d) Melakukan peramalan
- e) Menghitung kesalahan ramalan (*forecase error*)
- f) Memilih metode peramalan dengan kesalahan yang terkecil
- g) Melakukan verifikasi peramalan

Perhitungan nilai kesalahan peramalan untuk melihat tingkat akurasi peramalan dapat dilakukan dengan menggunakan MDA dan MAPE dengan persamaan berikut:

$$\frac{1}{N} \sum 1 \operatorname{sign}(A_t - A_{t-1}) == \operatorname{sign}(F_t - F_{t-1}) \quad (1)$$

$$MAPE = 100 \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \right) \quad (2)$$

1.3 Time Series

Time Series atau runtun waktu adalah himpunan observasi data terurut dalam waktu. Metode *Time Series* adalah metode peramalan dengan menggunakan analisa pola hubungan antara variabel yang akan diperkirakan dengan variabel waktu. Peramalan suatu data *Time Series* perlu diperhatikan adanya tipe atau pola data. Secara umum terdapat empat macam pola data *Time Series*, yaitu horizontal, *trend*, musiman, dan siklis (Hanke dan Wichers, 2005). Pola horizontal bersifat acak dan kejadiannya tidak terduga, akan tetapi kemunculannya dapat berpengaruh terhadap fluktuasi data *time series*. Pola *trend* merupakan kecenderungan arah data dalam jangka panjang, dapat berupa kenaikan maupun penurunan. Pola musiman merupakan fluktuasi dari data yang

terjadi secara periodik dalam kurun waktu satu tahun, seperti triwulan, kuartalan, bulanan, mingguan, atau harian. Sedangkan pola siklis merupakan fluktuasi dari data dalam kurun waktu lebih dari satu tahun.

1.4 Heteroskedastisitas (*Heteroscedasticity*)

Data runtun waktu di bidang keuangan menunjukkan adanya periode dengan volatilitas yang besar diikuti dengan periode yang relatif tenang, hal seperti ini menunjukkan adanya asumsi galat konstan menjadi tidak terpenuhi (Enders, 1995).

Dalam model runtun waktu terdapat proses galat yang biasanya dinotasikan dengan ε_t . Salah satu asumsi yang harus dipenuhi adalah homoskedastisitas.

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon_t) = \text{var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 \quad (3)$$

Asumsi tersebut tidak dapat terpenuhi pada data runtun waktu yang berhubungan dengan bidang keuangan seperti pengembalian harga saham (Engle, 2001).

Menurut (Lo, 2003) data pada bidang keuangan mempunyai tiga karakteristik:

1. Sebaran bersyarat dari data runtun waktu seperti pengembalian harga saham(X_t) mempunyai ekor yang lebih panjang dari normal.
2. Nilai X_t tidak mempunyai autokorelasi tinggi, tetapi nilai X_t^2 mempunyai autokorelasi tinggi.

3. Perubahan pada X_t cenderung mengelompok. Besar/kecil perubahan yang terjadi pada X_t cenderung akan diikuti oleh besar/kecil perubahan yang terjadi pada periode berikutnya.

1.5 Uji Stasioneritas Data

Suatu data dikatakan stasioner apabila proses tidak mengalami perubahan seiring dengan berubahnya waktu. Proses stasioner untuk suatu $\{Z_t\}$, memiliki Mean $E(Z_t) = \mu$, $\text{Var}(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$ yang konstan dan kovarian $\text{Cov}(Z_t, Z_s)$ merupakan fungsi dari perbedaan waktu $|t - s|$ yang dapat dinyatakan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\text{Cov}(Z_t, Z_{t+k}) = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)] = \mu_k \quad (4)$$

Stasioner merupakan keadaan dimana proses pembangkitan suatu data runtun waktu didasarkan pada nilai tengah dan nilai variansnya yang konstan. Suatu data dikatakan tidak stasioner apabila mean dan variansnya tidak konstan. Untuk membuat data mendekati stasioner dengan cara melakukan pembedaan atau *differencing* (Rizal dan Akbar, 2015).

Jenis-Jenis data stasioner dan non stasioner: (Mulyana, 2004)

a. Kestasioneran data runtun waktu

Kestasioneran data dibedakan menjadi dua, yaitu stasioner kuat (*strictly stationer*) dan stasioner lemah (*weakly stationer*). Stasioner kuat apabila bentuk distribusi gabungannya tetap untuk setiap himpunan bagian dari himpunan data untuk setiap himpunan bagian dari himpunan data deret waktu, dan dalam notasi statistiknya.

$$F(Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_n}) = F(Z_{t_{1+k}}, Z_{t_{2+k}}, \dots, Z_{t_{n+k}}) \text{ untuk setiap } k$$

Data runtun waktu stasioner lemah jika pola *trend* nya hampir sama dengan fungsi konstan.

b. Nonstasioner

Nonstasioner dikelompokkan dalam tiga bentuk, yaitu:

- 1) Nonstasioner dalam rata-rata hitung, apabila *trend* tidak datar (tidak sejajar sumbu waktu) dan data menyebar pada pita yang melipat secara seimbang pada *trend*.
- 2) Nonstasioner dalam varians, apabila *trend* datar dengan data menyebar membentuk pola melebar atau menyempit yang meliputi secara seimbang *trend*nya (pola terompel).
- 3) Nonstasioner dalam rata-rata hitung dan varians, apabila *trend* tidak datar dan data membangun pola terompel.

1.5.1 Uji stasioner melalui correlogram (ACF dan PACF)

Uji stasioner dapat dilihat dari plot data *time series*. Untuk melihat kestasioneran data dalam means dapat dilihat dari perhitungan ACF dan PACF.

Rumus perhitungan ACF. (Lestari dan Wahyuningsih, 2012)

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (5)$$

dengan Z_t data *time series* pada waktu ke t dan \bar{Z} rata-rata sampel. Sedangkan untuk rumus PACF adalah sebagai berikut:

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \rho_j} \quad (6)$$

dengan ρ_k adalah fungsi autokorelasi.

Ketidakstasioneran data dalam means dapat diatasi dengan proses pembedaan (*differencing*), sedangkan untuk melihat kestasioneran data dalam varians dapat dilihat dengan nilai λ . Nilai λ dihitung dengan rumus:

$W_i = \frac{Y_i^\lambda - 1}{\lambda G^{\lambda-1}}$ untuk $\lambda \neq 0$, $W_i = G \ln(Y_i)$ untuk $\lambda = 0$, sehingga

$$MR_i = \max[W_i, \dots, W_{i-r+1}] - [W_i, \dots, W_{i-r+1}] \quad (10)$$

$$\overline{MR} = \frac{(MR_i + \dots + MR_N)}{(N-r+1)} \quad (11)$$

dengan, Y_i data aktual untuk $i = 1, \dots, n$, G *geometric mean* dari seluruh data, λ nilai lambda, n jumlah data observasi.

1.5.2 Uji stasioner melalui Uji Akar Unit (*Augmented Dickey Fuller*)

Metode uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) mengasumsikan bahwa residual bersifat independen dengan rata-rata nol, varians konstan, dan tidak saling berhubungan (non-autokorelasi). Langkah pertama yang dapat dilakukan dalam pengujian ini adalah dengan melakukan penaksiran model autoregresi dari masing-masing variabel menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS).

Berikut ini adalah model autoregresi:

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + \mu_t \rightarrow \Delta Z_t = (\rho - 1)Z_{t-1} + \mu_t = \delta Z_{t-1} + \mu_t \quad (12)$$

Pengujian kestasioneran data menggunakan pendekatan uji akar unit dilakukan dengan menguji koefisien dari model autoregresi yang ditaksir memiliki nilai (berbeda secara signifikan) sama dengan satu atau tidak. Uji akar

unit dapat dilakukan dengan beberapa prosedur, tetapi yang sering digunakan adalah uji *Augmented Dickey Fuller*(ADF) dan uji *Philips-peron*.

Prosedur pengujian stasioneritas data menggunakan metode akar unit *Augmented Dickey Fuller*(ADF):

Perumusan Hipotesis

$H_0: \delta = 0$ (data mengandung akar unit, data tidak stasioner dalam rataaan)

$H_1: \delta \neq 0$ (data tidak mengandung akar unit, data stasioner dalam rataaan)

Besaran parameter yang diperlukan (*Parameter*)

Taraf signifikansi (α), Parameter δ dan $SE(\delta)$

Statistik Uji

$$t = \frac{\delta}{SE(\delta)} \quad (13)$$

Kriteria Pengujian

Tolak H_0 jika $|t_\delta| \geq |t_{(n-1;\alpha)}|$

1.6 Identifikasi Model

Langkah awal yang dilakukan dalam identifikasi model adalah melihat apakah *time series* bersifat stasioner atau nonstasioner dan aspek-aspek AR dan MA dari model ARIMA hanya berkenaan dengan *time series* yang stasioner (Makridakis, 1995). Untuk mengetahui suatu data *time series* yang stasioner dapat dilihat dari plot *ACF* yaitu koefisien autokorelasinya menurun menuju nol dengan cepat, setelah *lag* ke -2 atau ke -3 . Apabila data tidak stasioner hal yang dapat dilakukan adalah dengan melakukan pembedaan atau *differencing*, orde

pembedaan sampai deret menjadi stasioner dapat digunakan untuk menentukan nilai d pada (p,d,q) *ARIMA*. Model *AR* dan *MA* dapat dilihat melalui grafik *ACF* dan *PACF*. Apabila terdapat *lag* autokorelasi sebanyak q yang berbeda dari nol maka secara signifikan prosesnya adalah $MA(q)$. Apabila terdapat *lag* autokorelasi parsial sebanyak p yang berbeda dari nol maka secara signifikan prosesnya adalah $AR(p)$. Secara umum jika terdapat *lag* autokorelasi parsial sebanyak p dan q yang berbeda dari nol maka secara signifikan dan d pembedaan maka prosesnya adalah *ARIMA* (p,d,q) . Identifikasi model *ARIMA* dengan plot *ACF* dan *PACF* dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Tabel 2.1 Identifikasi Model ARIMA

Proses	<i>Autocorrelation Function (ACF)</i>	<i>Partial Autocorrelation Function (PACF)</i>
$AR(p)$	Meluruh menuju nol (secara eksponensial) atau mengikuti pola gelombang sinus (<i>Dies Down</i>)	Terputus seketika menuju nol setelah lag p (<i>cuts off after lag p</i>)
$MA(q)$	Terputus seketika menuju nol setelah lag q (<i>cuts off after lag q</i>)	Meluruh menuju nol (secara eksponensial) atau mengikuti gelombang sinus (<i>Dies Down</i>)
$ARMA(p,q)$	Meluruh menuju nol	Meluruh menuju nol

1.7 ARIMA Box-Jenkins

Model yang digunakan adalah teknik *Box-Jenkins* (Widarjono, 2002). Model *Box-Jenkins* disebut juga model *Autoregressive Integrated Moving Average* (*ARIMA*). Model *ARIMA* (*Autoregressive Integrated Moving Average*) dikembangkan oleh George Box dan Gwilyn Jenkins pada tahun 1976 (Samsiah,

2008). Metode *Box-Jenkins* dipopulerkan oleh Box dan Jenkins. Dalam menentukan model yang sesuai metode Box-Jenkins terdiri dari tiga tahap untuk melakukan estimasi dan peramalan pada data deret waktu univariat. Tahap tersebut yaitu identifikasi model, estimasi parameter, dan peramalan (Enders, 1995). ARIMA merupakan gabungan model AR dan MA melalui proses diferensi. Data yang bergerak disepanjang rata-rata pada kedua model tersebut harus konstan (stasioner) (Santoso, 2011).

Model ARIMA mempunyai kelambanan waktu. Kelambanan waktu satu periode pada proses autoregresif disebut autoregresif orde pertama atau disingkat AR(1). Simbol untuk menyatakan banyaknya kelambanan waktu pada proses autoregresif adalah **p**. Kelambanan waktu satu periode pada proses *Moving Average* disebut *Moving Average* orde pertama atau disingkat MA(1). Simbol untuk menyatakan banyaknya kelambanan waktu pada proses *Moving Average* adalah **q**. Nilai p dan q dapat lebih dari 1 (Santoso, 2011).

Proses diferensi pada model ARIMA bertujuan untuk mendapatkan data yang stasioner. Proses diferensi dapat dilakukan sekali atau lebih sampai data bersifat stasioner. Biasanya proses diferensi yang dilakukan tidak lebih dari 2 kali. Simbol proses diferensi data adalah **d**. Penulisan model ARIMA untuk AR (p), MA (q), dan diferensi sebanyak d kali adalah ARIMA (p,d,q). Jika dalam suatu proses ARIMA menggunakan *autoregressive* orde pertama dan *moving average* orde pertama, dan diferensi sekali untuk memperoleh data yang stasioner maka penulisan yang sesuai adalah ARIMA(1,1,1) (Santoso, 2011).

Langkah-langkah dalam metode *Box-Jenkins* ada empat langkah, yaitu identifikasi, estimasi, pemeriksaan diagnostik, dan peramalan (Gujarati, 2003).

Langkah-langkah tersebut dapat dijabarkan sebagai berikut:

Model pada ARIMA *Box-Jenkins* (Ulinuha dan Farida, 2018) :

a. Model *Autoregressive* (AR)

Model *Autoregressive* adalah model yang variabel dependennya dipengaruhi oleh variabel dependen itu sendiri pada periode dan waktu sebelumnya (Samsiah, 2008). Secara umum model *Autoregressive* (AR) dengan ordo p (AR(p)) atau model ARIMA ($p,0,0$) mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad (14)$$

dimana:

Y_t : deret waktu stasioner

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}$: Variabel respon pada masing-masing selang waktu $t-1, t-2, \dots, t-p$. Nilai Y berperan sebagai variabel bebas.

ϕ_0 : suatu konstanta

ϕ_p : parameter autoregresif ke $-p$

e_t : Galat pada saat t yang mewakili dampak variabel-variabel yang tidak dijelaskan oleh model.

Dari model AR (yang diberi notasi p) ditentukan oleh jumlah periode variabel dependen yang masuk dalam model.

b. Model MA (*Moving Average*)

Secara umum model *Moving Average* ordo q (MA(q)) atau ARIMA (0,0, q) adalah sebagai berikut (Samsiah, 2008) :

$$Y_t = \theta_0 + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_p e_{t-p} \quad (15)$$

dimana :

Y_t : Deret waktu stasioner

θ_0 : Konstanta

$\theta_1, \dots, \theta_q$: Parameter-parameter *moving average* yang menunjukkan bobot.

e_{t-q} : Nilai kesalahan pada saat $t - k$.

c. Model ARMA (*Autoregressive Moving Average*)

ARMA adalah Model yang terdiri atas kedua proses AR dan MA. Bentuk umum model ARMA adalah sebagai berikut:

$$Y_t = \gamma_0 + \partial_1 Y_{t-1} + \partial_2 Y_{t-2} + \dots + \partial_n Y_{t-p} - \lambda_1 e_{t-1} - \lambda_2 e_{t-2} - \lambda_n e_{t-q} \quad (16)$$

Dimana Y_t adalah deret waktu stasioner dan e_t adalah galat. Apabila model menggunakan dua lag dependen dan tiga lag residual, maka model itu dilambangkan dengan ARMA. Apabila menambahkan proses stasioneritas data, model ARMA menjadi model umum ARIMA (p, d, q) (Samsiah, 2008).

1.8 Pemeriksaan diagnosis

1.8.1 Distribusi Normal

Uji distribusi normal dapat dihitung dengan menggunakan Kolmogorov-Smirnov (Lestari & Wahyuningsih, 2012)

Hipotesa:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Statistik uji : $D_{hitung} = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$

Kriteria pengujian :

Jika $D_{hitung} > D_{(1-\alpha),n}$ maka H_0 ditolak.

dengan :

$F_0(x)$: fungsi yang dihipotesiskan yaitu berdistribusi normal

$S_{(x)}$: fungsi distribusi kumulatif dari data asal

n : banyaknya residual

$D_{(1-\alpha),n}$: didapatkan dari tabel Kolmogorov Smirnov

1.8.2 Proses White Noise

Suatu model bersifat *white noise* apabila residual dari model tersebut sudah memenuhi asumsi identik (variasi residual homogen) serta independen (antar residual tidak berkorelasi). Pengujian asumsi *white noise* dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung-Box*. (Lestari & Wahyuningsih, 2012)

Hipotesis :

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

H_1 : Minimal ada satu ρ_i yang tidak sama dengan nol, $i=1,2,\dots,k$

Statistik uji : $Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, n > k$

Daerah penolakan : $Q > X^2(\alpha; K - p - q)$

dengan :

K : lag maksimum

n : jumlah data (observasi)

k : lag ke-k

p dan q: order dari ARMA (p,q)

$\hat{\rho}_k$: autokorelasi residual untuk lag ke-k

Salah satu prosedur pemeriksaan diagnosis yang dikemukakan *Box-Jenkins* adalah *overfitting*, dimana *overfitting* tersebut dilakukan dengan menambah satu atau lebih parameter dalam model yang dihasilkan pada tahap identifikasi. Tahap *overfitting* dilakukan karena ada salah satu estimasi parameter yang tidak signifikan. Setelah itu, model yang dihasilkan dijadikan sebagai model alternatif kemudian dicari model yang terbaik diantara model-model yang signifikan.

1.9 Metode Maximum Likelihood

Metode Maximum Likelihood adalah metode yang digunakan untuk menaksirkan parameter distribusi data.

Metode maximum likelihood pada persamaan regresi:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (17)$$

$$Y_t \sim N(0, \sigma^2), \mu_t = E(Y_t) = E(\beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t) \quad (18)$$

$$\mu_t = \beta_0 + \beta_1 X_t \quad (19)$$

$$\sigma^2 = Var(Y_t) \quad (20)$$

Fungsi densitas probabilitas residual yang berdistribusi normal untuk setiap eksperimen adalah:

$$f_{Y_1}(\varepsilon_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(Y_1 - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (21)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(Y_1 - (\beta_0 + \beta_1 X_1))^2}{2\sigma_1^2}\right)$$

$$f_{Y_2}(\varepsilon_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{(Y_2 - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (22)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{(Y_1 - (\beta_0 + \beta_1 X_1))^2}{2\sigma_2^2}\right)$$

⋮

$$f_{Y_n}(\varepsilon_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left(-\frac{(Y_n - \mu_n)^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (23)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left(-\frac{(Y_n - (\beta_0 + \beta_1 X_n))^2}{2\pi\sigma_n^2}\right)$$

Karena $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$ dan $\varepsilon_t = Y_t - (\beta_0 + \beta_1 X_t)$ maka fungsi densitas menjadi

$$f(\varepsilon_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_n^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (24)$$

Densitas keseluruhan untuk n observasi adalah:

$$f(\varepsilon_n) = \prod_{t=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (25)$$

Fungsi likelihood-nya adalah:

$$L(\varepsilon_n) = \prod_{t=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (26)$$

$$L(\varepsilon_n) = \sum_{t=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (27)$$

Membuat transformasi fungsi tersebut ke dalam bentuk \ln

$$\ln L(\varepsilon_n) = \ln \left(\prod_{t=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} \exp \left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2} \right) \right) \quad (28)$$

$$\ln L(\varepsilon_n) = \ln \left(\prod_{t=1}^n (2\pi\sigma_t^2)^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2} \right) \right) \quad (29)$$

$$\ln L(\varepsilon_n) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) \left(\prod_{t=1}^n (\sigma_t^2)^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \right) \right) \quad (30)$$

Dengan mensubstitusi nilai $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ dan $\varepsilon_t = Y_t - (\beta_0 + \beta_1 X_t)$ maka persamaannya menjadi

$$\ln L(\varepsilon_n) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) \left(\prod_{t=1}^n (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{Y_t - (\beta_0 + \beta_1 X_t)}{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \right) \right) \quad (31)$$

Untuk memperoleh nilai parameter-parameter $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ maka persamaan di atas diturunkan terhadap parameter-parameter tersebut satu per satu, sehingga menjadi sebagai berikut:

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial \alpha_0} = -\frac{1}{2} \left(\sum_{t=1}^n \ln(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) + \left(\frac{Y_t - (\beta_0 + \beta_1 X_t)}{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \right) \right) = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial \alpha_1} = -\frac{1}{2} \left(\sum_{t=1}^n \ln(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) + \left(\frac{Y_t - (\beta_0 + \beta_1 X_t)}{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \right) \right) = 0 \quad (33)$$

1.10 Uji Signifikan Parameter

Untuk mengetahui adanya model yang terbaik dengan mengestimasi parameter-parameter dalam model tersebut. Estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*). Metode *least square* merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat error.

Setelah estimasi parameter kemudian melakukan uji signifikansi parameter dengan membandingkan *P-value* dengan level toleransi (α) dalam pengujian.

Hipotesis:

H_0 : parameter tidak signifikan dalam model lawan

H_1 : parameter signifikan dalam model

Kriteria penolakan: tolak H_0 jika $P\text{-value} < \alpha$ (Sembiring, 2003)

1.11 Model ARCH dan GARCH

Model ARCH-GARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* dan *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) biasanya diaplikasikan pada data *return* pasar modal, inflasi, atau *interest rate*. Pada pemodelan menunjukkan adanya volatilitas yang sangat tinggi dan ada yang sangat rendah sehingga menunjukkan adanya heteroskedastisitas. Heteroskedastisitas terjadi karena adanya varian *error* yang besarnya tergantung pada volatilitas *error* masa lalu. Akan tetapi, varian dari *error* tidak tergantung pada variabel bebasnya saja melainkan varian tersebut berubah seiring dengan perubahan waktu (Murwaningsari, 2008). Model ARCH digunakan untuk menghasilkan model volatilitas yang sistematis. Secara spesifik, sebuah model ARCH (m) memiliki fungsi (Nastiti & Suharsono, 2012)

$$\alpha_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \alpha_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m \alpha_{t-m}^2 \quad (34)$$

E_t merupakan variabel random yang independen dan identik dengan *mean* nol dan *variance* 1, $\alpha_0 > 0$ dan, $\alpha_i \geq 0$ untuk $i > 0$.

Berdasarkan prinsip parsimoni (Enders, 2004) untuk menghindari adanya orde yang terlalu tinggi, Model ARCH dikembangkan menjadi model GARCH. Pada tahun 1986 telah dikembangkan suatu model yaitu *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) oleh Bollerslev. Menurut (Winarno, 2007) dalam model GARCH, varian residual runtun waktu tidak hanya dipengaruhi oleh variabel independen tetapi juga dipengaruhi oleh nilai residual variabel yang diteliti. Berdasarkan prinsip parsimoni (Enders, 2004). Model GARCH(p,q) dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \alpha_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (35)$$

Pendugaan parameter GARCH atau estimasi model GARCH menggunakan metode *maximum likelihood estimators*. Dimana p menunjukkan unsur ARCH dan q menunjukkan unsur GARCH.

1.12 Uji ARCH-LM

Uji ARCH-LM merupakan uji yang didasarkan pada hipotesis nol yaitu tidak terdapatnya efek ARCH/ARCH *error*.

Hipotesis :

H_0 : tidak terdapat efek ARCH dalam residual sampai lag ke-k

H_1 : terdapat efek ARCH dalam residual

Tingkat signifikansi : dengan $\alpha = 5\%$

Statistik uji : $LM = nR^2$

Kriteria uji : Tolak H_0 jika $LM > X_K^2$ atau p-value $< 0,05$.

R^2 : nilai koefisien determinasi dalam regresi dan residual kuadrat sampai lag ke-k (menggunakan lag ke-k=12)

1.13 Model GJR-GARCH

Model *Glosten-Jagannathan-Runkle* (GJR) merupakan salah satu metode *time series*. GJR merupakan pengembangan dari model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) dengan memasukkan efek *leverage*. Efek *leverage* berhubungan dengan konsep asimetris. Asimetris umumnya muncul karena adanya perbedaan antara perubahan harga dengan nilai volatilitas. Untuk mendeteksi keberadaan pengaruh efek *leverage* (efek asimetris) dapat dilakukan dengan cara data *time series* (runtun waktu) dimodelkan ke dalam model GARCH. Setelah itu untuk melihat adanya pengaruh efek asimetris pada data diuji dengan melihat korelasi antara ε_t^2 (residual kuadrat) dengan ε_t (lag residual) menggunakan korelasi silang (*cross tab*). Untuk mengetahui adanya efek asimetris terhadap data ditandai dengan korelasi tidak sama dengan nol (Ermawati, dkk, 2018).

Menurut (Ederington & Guan, 2010) nilai volatilitas lebih tinggi jika *shock return* negatif dibanding *shock return* positif pada *shock return* yang sama, yang berarti volatilitas cenderung menurun saat terjadi berita baik dan cenderung meningkat pada berita buruk. Volatilitas adalah perubahan variansi terhadap waktu. Model GJR(1,1) dirumuskan sebagai berikut: (Iswara, dkk, 2017)

$$\alpha_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (36)$$

$$\sigma_t^2 = \theta_0 + \theta_1 \alpha_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma s_{t-1} \alpha_{t-1}^2 \quad (37)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1) \text{ dan } \varepsilon_t \sim t_d \quad (38)$$

$$S_{t-1} = \begin{cases} 1, & \alpha_{t-1} < 0, \\ 0, & \alpha_{t-1} \geq 0 \end{cases} \quad (39)$$

S_{t-1} adalah variabel *dummy* yang bernilai 1 jika α_{t-1} bernilai negatif dan bernilai 0 untuk yang lainnya. (Glosten, Jagannathan, & Runkle, 1993).

1.14 Uji Akaike Information Criterion(AIC)

Uji *Akaike Information Criterion* digunakan untuk menentukan model terbaik dengan mempertimbangkan jumlah parameter dalam model. Semakin kecil nilai AIC, maka model semakin baik dan layak untuk digunakan.

$$AIC(M) = n \ln \hat{\sigma}_\alpha^2 + M \ln n \quad (40)$$

dengan :

n = banyaknya observasi

$\hat{\sigma}_\alpha^2$ = estimasi maksimum likelihood dari σ_α^2

M = jumlah parameter dalam model ARIMA(p,q)