BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi Berganda

Regresi linier berganda merupakan perluasan dari model regresi linier sederhana dengan lebih dari satu variabel independen (Montgomery 2011). Persamaan regresi linier berganda dengan k variabel independen adalah sebagai berikut:

$$yi = \beta_0 + \beta_1 + x_{i1} + \beta_2 + x_{i2} + \dots + \beta_k + x_{ik} + \varepsilon_i$$

$$= \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_{ij} + \varepsilon_i$$
(2.1)

dimana:

yi : variabel dependen pada pengamatan ke-i dengan i=1,2..,n

 β_0 : konstanta (intersep)

 β_i : koefisien regresi dengan j = 1,2...

 x_{ii} : variabel independen pengamatan ke-i, tingkat variabel regres x_i

Estimasi parameter Regresi Berganda

Digunakan untuk metode kuadrat tekecil (*Ordinary Least Square*) untuk membuat penaksir parameter regresi berganda. Fungsi *Least Square* ditunjukan pada persamaan berikut:

$$L = \varepsilon^{T} \varepsilon = (y - X\beta)^{T} (y - X\beta)$$
$$= y^{T} y - y^{T} X\beta - \beta^{T} X^{T} y + \beta^{T} X^{T} X\beta$$

$$= y^{T}y - 2\beta^{T}X^{T}y + \beta^{T}X^{T}y + \beta^{T}X^{T}X\beta$$
 (2.2)

Metode kuadran terkecil dapat tercapai dengan menurunkan L secara parsial terhadap β dan menyamakan hasil yang diperoleh dengan nol sehingga diperoleh $\sum \varepsilon_i^2$ sekecil mungkin.

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} | \beta = -2X^T y + 2 X^T X \beta = 0$$
 (2.3)

Persamaan dapat disederhanakan menjadi:

$$X^T X \beta = X^T y \tag{2.4}$$

Dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan (4) dengan $(X^TX)^{-1}$ maka diperoleh estimator kuadrat terkecil dari β adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-1} (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{y}) \tag{2.5}$$

2.2 Pemodelan Spatial

Menurut Tobler (1970) mengemukakan hukum pertama tentang geografi, yaitu kondisi pada salah satu titik atau area berhubungan dengan kondisi pada salah satu titik atau area yang berdekatan. Hukum tersebut merupakan dasar pengkajian permasalahan berdasarkan efek lokasi atau *spatial*. Model regresi klasik jika digunakan sebagai alat analisis pada permodelan data *spatial*, dapat menyebabkan kesimpulan yang kurang tepat karena asumsi *error* saling bebas dan asumsi homogenitas tidak terpenuhi.

Anselin (1988) menjelaskan dua efek spatial dalam ekonometrika meliputi efek *spatial dependence* dan *spatial heterogenity*. *Spatial dependence* menunjukkan adanya keterkaitan (*autocorrelation*) antar lokasi obyek penelitian

(cross sectional data set). Spatial heterogenity mengacu pada keragaman bentuk fungsional dan parameter pada setiap lokasi. Lokasi-lokasi kajian menunjukkan ketidak homogenan dalam data.

Menurut LeSage (1999) dan Anselin (1988), secara umum model *spatial* dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan (2.3) dan (2.4)

$$y = \rho W y + X \beta + u \tag{2.6}$$

dengan:

$$u=\lambda Wu + \varepsilon u$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma I)$$
 (2.7)

dimana:

y : vektor variabel *endogenus*, berukuran $n \times 1$

X: matriks variabel eksogenus, berukuran $n \times (k+1)$

 β : vektor parameter koefisien regresi, berukuran (k+1)x1

ρ : parameter koefisien spatial lag variabel endogenus

λ : parameter koefisien spatial lag pada error

 \mathbf{u} : vektor *error* pada persamaan (2.3) berukuran $\mathbf{n} \times \mathbf{1}$

 ε : vektor *error* pada persamaan (2.4) berukuran $n \times 1$, yang berdistribusi normal dengan mean nol dan varians $\sigma^2 I$

W : Matriks pembobot, berukuran $n \times n$

I : matriks identitas, berukuran $n \times n$

n : banyaknya amatan atau lokasi (i = 1, 2, 3, ..., n)

 \mathbf{k} : banyaknya variabel independen ($\mathbf{k} = 1, 2, 3, ..., l$)

2.3 Uji Dependensi Spatial

Dependensi *spatial* menunjukkan bahwa pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Pengukuran dependensi *spatial* bisa menggunakan Moran's I. Hipotesis yang digunakan adalah:

 $H_0: I_M = 0$ (tidak terdapat korelasi antar lokasi yang berdekatan)

 $H_0: I_M \neq 0$ (terdapat korelasi antar lokasi yang berdekatan)

Menurut Lee dan Wong, 2001 statistik uji disajikan pada persamaan berikut:

$$Z_{hitung} = \frac{I_{M} + I_{M0}}{\sqrt{var} I_{M}}$$
dimana:
$$I_{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_{ij} (x_{i} - x)(x_{j} - x)}{\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - x)^{2}}$$

$$E(I_{M}) = -\frac{n}{n-1}$$

$$var(I_{M}) = \frac{n^{2}(n-1)S_{1} - n(n-1)S_{2} - 2S_{0}^{2}}{(n+1)(n-1)S_{0}^{2}}$$

$$S_{1} = \frac{1}{2} \sum_{i\neq j}^{n} (W_{ij} + W_{ij}) \quad S_{2} = \frac{1}{2} \sum_{i\neq j}^{n} (W_{io} + W_{io})$$

$$S_{0} = \frac{1}{2} \sum_{i\neq j}^{n} (W_{ij} \quad W_{i0} = \sum_{j=1}^{n} W_{ij} \quad W_{0i} = \sum_{j=1}^{n} W_{ji}$$

keterangan:

 x_i : data ke-**i** (**i** = 1, 2, ..., n)

 x_i : data ke-**j** (**j** = 1, 2, ..., n)

x : rata-rata data

 w_{ij} : elemen matriks pembobot spasial

 $var(I_M)$: varian Moran' I

 $\mathbf{E}(I_{\mathbf{M}})$: expected Moran' I

2.4 Uji Model Spatial

Untuk mengetahui adanya efek *spatial* pada observasi model SEM maka dapat diuji dengan menggunakan statistik *Lagrange Multiplier test* (Anselin, 1988). Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

 H_0 : $\rho = 0$ (tidak adanya dependensi *spatial autoregressive* dalam model)

 $H_0: \rho \neq 0$ (ada dependensi spatial autoregressive dalam model)

Sedangkan untuk menguji adanya efek spatial pada error (SEM) hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut :

 H_0 : $\lambda = 0$ (tidak ada dependensi *error spatial*)

 $H_0: \lambda \neq 0$ (ada dependensi *error spatial*)

Statistik uji yang digunakan adalah Lagrange Multiplier test:

$$LM = E^{-1}(R_y)T_{22} - 2R_yR_tT_{12} + (R_y)(D + T_{11})$$
(2.9)

Pengambilan keputusan adalah H_0 ditolak jika $LM > X_{(a,m)}^2$. Hal ini karena nilai LM hitung secara *asymptotically* mengikui distribusi *Chi-Square*, dengan m s=jumlah parameter *spatial* SEM = 1.

$$R_{y} = \frac{e^{T}We}{\sigma^{2}} \tag{2.10}$$

$$R_e = \frac{e^T W e}{\sigma^2}$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^{\mathsf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathsf{T}}$$

$$T_{fg}=tr\{W_fW_g+W_f^TW_g\}$$
 dimana f,g = 1,2, T_{fg}
$$D=\sigma^{-2}(WX\beta)^TM(WX\beta)D=\sigma^{-2}$$

$$E=(D+T_{11})T_{22}-(T_{12})$$

e adalah least square residual untuk observasi. Jika matriks pembobot spatial adalah W maka $T_{11} = T_{12} = T_{22} = T = tr\{(W^T + W)W\}$ (2.11)

Nilai statistik uji mengikuti distribusi asymtotik *Chi-Square* dengan derajat bebas m. Jika nilai $LM > X_{(a,m)}^2$ maka Ho akan ditolak. Sehinga terdapat dependensi spatial.

2.5 Matriks Pembobot Spatial (Spatial Weighting Matrix)

Menurut (Viton, 2010) Pembobot spasail adalah hubungan kedekatan antara wilayah yang satu dengan wilayah lainnya. Pembobot spasial biasanya ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$W = W_{21} \quad W_{12} \quad W_{13} \quad W_{1n}$$

$$W = W_{21} \quad W_{22} \quad W_{23} \quad W_{2n}$$

$$W_{n1} \quad W_{n2} \quad W_{n3} \quad W_{nn}$$

$$(2.12)$$

Menurut (Viton, 2010) Cara memperoleh matrikks pembobot spasial (W) dengan menggunkan informasi jarak dari ketetanggaan atau kedekatan antara wilayah dengan wilayah lainnya. Matriks tersebut adalah matriks persegi yang berukuran n x n dengan elemen (i,j) bernilai 1 jika wilayah i dan j berdekatan dan bernilai 0 jika wilayah i dan j saling berjauhan. Diagonal utama pada matriks W selalu bernilai nol.

Menurut (Lesage, 1999) ada 6 macam tipe pembobot spasial sebagai berikut:

- 1. Linier Contiguity (Persinggungan tepi) mendenifisikan $W_{ij}=1$ untuk wilayah yang berada ditepi kiri maupun kanan wilayah yang menjadi perhatian. $W_{ij}=0$ untuk wilayah lainnya.
- 2. Rook Contiguity (Persinggungan sisi) mendenifisikan $W_{ij} = 1$ untuk wilayah yang bersinggungan sisi dengan wilayah yang menjadi perhatian, $W_{ij} = 0$ untukwilayah lainnya.
- 3. Bsihop Contiguity (Persinggungan sudut) mendenifisikan $W_{ij} = 1$ untuk wilayah titik sudutnya bertemu dengan sudut wilayah yang menjadi perhatian dan $W_{ij} = 0$ wilayah yang lainnya.
- 4. Double Linier (Persinggunngan dua tepi) mendenifisikan $W_{ij} = 1$ untuk dua entutuy yang berada disisi kiri atau kanan wilayah yang menjadi perhatian dan $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.
- 5. Double Rook Contiguity (Persinggungan dua sisi) mendenifisikan $W_{ij} = 1$ untuk dua entutuy yang berada di sisi kiri, kanan, utara dan selatan wilayah yang menjadi perhatian dan $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.
- 6. Queen Contiguity (Persinggungan sisi sudut) mendenifisikan $W_{ij}=1$ untuk entitiy yang bersinggungan sisi atau titik sudutnya bertemu dengan wilayah yang menjadi perhatian dan $W_{ij}=0$ untuk wilayah lainnya.

2.6 Spatial Durbin Error Model

Model spatial dari SEM memiliki bentuk persamaan, sebagai berikut:

$$y = X\beta + u \tag{2.13}$$

$$u = \lambda W u + \varepsilon u$$

dimana \mathbf{y} adalah $n \times 1$ vektor variabel bebas, X adalah $n \times p$ matriks pada variabel terikat, β adalah $p \times 1$ vektor pada koefisien regresi, W adalah $n \times n$ matriks pembobot spatial, λ adalah parameter spatial dependensi, dan ε adalah vektor berdistribusi independen dan identik.

persamaan (2.13) dapat diselesaikan hingga didapat u.

$$u = \lambda W u + \varepsilon u \tag{2.14}$$

 $u - \lambda W u = \varepsilon u$

$$(I - \lambda W)u = \varepsilon \tag{2.15}$$

 $u=(I-\lambda W^{-1})u+\varepsilon$

dari persamaan (2.14) dan (2.15).

$$y = X\beta + (I - \lambda W^{-1})u + \varepsilon \tag{2.16}$$

LeSage dan Pace (2009) mengenalkan *Spatial Durbin Error Model* (SDEM), dengan adanya penambahan spatial *lag* pada variabel terikat Sehingga diperoleh

$$y = \beta_0 + X_1 \beta_1 + W X_1 \beta_1 + X_2 \beta_2 + W X_2 \beta_2 + X_3 \beta_3 + W X_3 \beta_3 + W X_4 \beta_4 + (I - \lambda W^{-1}) \varepsilon$$
(2.17)

persamaan (2.16) dapat dinyatakan menjadi persamaan (2.17)

$$y = Z\beta + +(I - \lambda W^{-1})\varepsilon \tag{2.18}$$

dimana $\mathbf{Z} = [IX_1X_2WX_1WX_2]$ dan $\boldsymbol{\beta}[\boldsymbol{\beta}_0\boldsymbol{\beta}_1\boldsymbol{\beta}_2\boldsymbol{\beta}_3)$, WX adalah Spatial Lag pada X dan I merupakan matriks identitas 1×1 .

2.7 Estimasi Parameter Spatial Durbin Error Model (SDEM)

Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) digunakan untuk mengestimasi parameter SDEM. Dari persamaan (2.18) dibentuk fungsi *likelihood*, pembentukan fungsi *likelihood* tersebut dilakukan melalui *error* ε. Hasil pembentukan fungsi tersebut yaitu pada persamaan (2.19)

$$y = Z\beta + (I - \lambda W)^{-1}\varepsilon$$

$$\varepsilon = y(I - \lambda W) - (I - \lambda W)Z\beta$$

$$\varepsilon = (I - \lambda W)(y - Z\beta)$$
(2.20)

dimana:

$$\mathbf{Z} = [IX_1X_2WX_1WX_2] \operatorname{dan} \boldsymbol{\beta}[\boldsymbol{\beta}_0\boldsymbol{\beta}_1\boldsymbol{\beta}_2\boldsymbol{\beta}_3\boldsymbol{\beta}_4\boldsymbol{\beta}_5)$$

$$J = \frac{\partial y}{\partial y} = (I - \lambda W)$$

sehingga menghasilkan:

$$L(\lambda, \beta, \sigma^{2}; y) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} I e^{\{-\frac{1}{2\sigma^{2}} \epsilon^{T} \epsilon\}}$$

$$L((\lambda, \beta, \sigma^{2}; y) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\sigma^{2})^{-\frac{n}{2}} I - \lambda W e^{\frac{1}{2\sigma^{2}} [(I - \lambda W)(y - Z\beta)]}$$
(2.21)

Operasi logaritma natural (ln likelihood) pada persamaan (2.21)

$$\mathbf{1} n L((\lambda, \beta, \sigma^2; y) = c - \frac{n}{2} ln(\sigma^2) + ln(I - \lambda W) - \frac{1}{2\sigma^2}
[(I - \lambda W)(y - Z\beta)]^T [((I - \lambda W)(y - Z\beta))]$$
(2.22)

Dari persamaan tersebut akan didapatkan estimasi parameter β , λ dan σ^2 .

Estimasi Parameter β 2.7.1

Estimasi parameter β diperoleh dengan memaksimumkan fungsi lnlikelihood persamaan (2.21), yaitu turunan pertama persamaan tersebut terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan membuatnya sama dengan nol. Persamaan seperti berikut :

$$\frac{\partial(\lambda, , \beta, \sigma^{2}; y)}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{1}{\sigma^{2}} \{ [Z^{T}(I - \lambda W)^{T}(I - \lambda W)y] - [Z^{T}(I - \lambda W)^{T}(I - \lambda W)Z]\beta \} = 0$$

$$\beta = [Z^{T}(I - \lambda W)^{T}(I - \lambda W)Z]^{-1} [[Z^{T}(Z^{T}(I - \lambda W)^{T}(I - \lambda W)y]$$
(2.23)
$$(2.23)$$
Estimasi Parameter σ^{2} , diperoleh dengan penurunan pertama

persamaan (2.21) terhadap σ^2 dan membuatnya sama dengan nol. Persamaan seperti berikut:

$$\frac{\partial L(\lambda, \beta, \sigma^2; y)}{\partial \sigma^2} = 0$$

$$\frac{\partial \{c - \frac{n}{2}(\sigma^2) + lnII - \lambda WI - (y - Z\beta)^T [(I - \lambda W)(y - Z\beta)]\}}{\partial \sigma^2} = 0$$

$$-\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{n}{2\sigma^4} [(I - \lambda W)(y - Z\beta)^T [(I - \lambda W)(y - Z\beta)] = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} [I - \lambda W)(y - Z\beta)^T [(I - \lambda W)(y - Z\beta)] \qquad (2.24)$$

2.7.3 Estimasi Parameter λ

Estimator λ tidak dapat diperoleh dari residual OLS, estimator λ diperoleh dari bentuk eksplisit dari concentrated ln likelihood function (Anselin, 2001). Dengan mensubtitusikan persamaan (2.21) dan (2.22) ke dalam persamaan dan mengabaikan konstanta, maka diperoleh persamaan:

$$\ln L(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \left\{ \frac{1}{n} (y - Z\beta)^T (y - Z\beta) \right\} + \ln I - \lambda W$$
 (2.25)

karena sifatnya yang tidak *closed form*, maka penyelesaian untuk mencari estimasi parameter dilakukan dengan metode iteratif.

2.8 Demam Berdarah *Dengue* (DBD)

Demam berdarah dengue merupakan penyakit demam yang akut yang disebabkan oleh virus dengue dan disebarkan melalui perantara nyamuk Aedes Aegypti yang telah terinfeksi oleh virus tersebut. Demam berdarah dengue banyak ditemukan di daerah tropis dan sub-tropis. Data dari seluruh dunia menunjukan Benua Asia menempati urutan yang pertama dalam jumlah penderita Demam Berdarah Dengue, World Health Organizatian (WHO) mencatat negara Indoneisa sebagai negara dengan kasus DBD tertinggi di Asia Tenggara. Penyakit Demam Berdarah Dengue merupakan salah satu masalah kesehatan masyarakat Indonesia dan jumlah penderita dan luas daerah penyebarannya semakin bertambah seiring dengan meningkatnya mobilitas dan kepadatan penduduk. Pertama kali ditemukan penyakit Demam Berdarah Dengue di kota Surabaya pada tahun 1968, sebanyak 58 orang terinfeksi dan 24 orang dinyatakan meninggal dunia (Angka kematian 43,3 13), penyakit ini menyebar ke seluruh Indonesia, Penyakit Demam Berdarah Dengue ditularkan ke manusia melalui gigitan nyamuk Aedes Aegypti yang terinfeksi virus Dengue. Virus Dengue (DD), Demam Berdarah Dengue (DBD) dan Dengue Shock Syndrome (DSS) termasuk kedalam kelompok B Arhropod Virus yang sekarang dikenal sebagai genus Flavivius, famili Flaviviride dan mempunyai 4 jenis serotipe, yaitu Den-1, Den-2, Den-3 dan Den-4.

Demam Berdarah Dengue telah menjadi masalah kesehatan masyarakat Indonesia selama 41 sejak munculnya tahun 1968, telah terjadi peningkatan penyebaran jumlah provinsi dan kabupaten kota yang endemis DBD, dari 2 provinsi menjadi 32 (97%) dan dari 2 kabupaten kota menjadi 382 (77%) pada tahun 2009. Provinsi Maluku tidak ada laporantentang kasus penyakit DBD ini. Pada tahun 1968 ada 58 kasus menjadi 158.912 di tahun 2009 (Ditjen PP & PL Depkes RI, 2009). Depkes (2007) Jumlah kasus Demam Berdarah Dengue di Indonesia cenderung meningkat dari tahun ke tahun, disebabkan karena sulitnya pengendalian penyakit Demam Berdarah Dengue yang ditularkan oleh nyamuk Aedes Aegypti. Secara universal belum ditemukan adanya vaksin sebagai alat pencegahan penyakit demam berdarah dengue. Masa inkubasi intrinsik virus dengue dalam manusia berkisar selama 3sampai 14 hari sebelum gejala muncul, gejala klimaks biasanya muncul pada hari ke empat sampai hari ke tujuh, masa ekstrinsik berlangsung sekitar 8-10 hari. Manifestasi klinis mulai dari infeksi tanpa gejala *demam*, demam dengue dan demam berdarah dengue di tandai dengan demam tinggi terus menerus selama 2-7 hari, pendarahan diatesis seperti uji tuorniquit positif, trombositpenia dengan jumlah trombosit < 100 x 109/L dan kebocoran plasma akibat peningkatan permeabilitas pembuluh.

1.9.1 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Penyakit Demam Berdarah

Menurut Sutaryo (2005) Faktor yang mempengaruhi terjadinya penyakit demam berdarah *dengue* adalah faktor host (kerentanan), faktor lingkungan, kondisi demografi dan jenis nyamuk sebagai penular penyakit.

Faktor host adalah manusia yang peka terhadap inveksi virus *dengue* Beberapa faktor yang mempengaruhi manusia adalah :

a) Umur

Umur adalah salah satu faktor yang mempengaruhi kepekaan terhadap infeksi virus *dengue*. Semua golongan umur dapat terserang virus *dengue* ini, meskipun baru berumur beberapa hari setelah lahir.

b) Nutrisi

Teori nutrisi mempengaruhi derajat berat ringan penyakit dan ada hubngannya dengan teori imunologi, bahwa pada gizi yang baik mempengaruhi peningkatan antibodi karena ada reaksi antigen dan antibodi yang cukup baik, maka terjadi infeksi virus *dengue* yang hebat.

c) Populasi

Kepadatan penduduk yang tinggi akan mempermudah terjadinya infeksi virus *dengue*, karena daerah yang berpenduduk padat akan meningkatkan jumlah kasus demam berdarah *dengue* tersebut.

d) Mobilitas Penduduk

Mobilitas penduduk adalah perpindahan penduduk dari suatu daerah ke daerah lainnya. Mobilitas penduduk memgang peranan penting pada transmisi penularan infeksi virus *dengue*.

2. Faktor Lingkungan yaitu kondisi geografis, seperti ketinggisn, curah hujan, angin dan musim, faktor lingkungan yang mempengaruhi timbulnya penyakit demam berdarah *dengue* sebagai berikut :

a) Letak Geografis

Penyakit akibat infeksi virus *dengue* tersebar di negra tropis dan subtropis yang terletak diantara 300 LU dan 400 LS asia Tenggara, Pasifik Barat dan Karibia.

b) Musim

Penyakit demam berdarah *dengue* terjadi pada musim hujan seperti hanya di Indonesia, Thailand, Malaysia dan Filipina, epdemi demam berdarah *dengue* terjadi beberapa minggu setelah musim hujan. Periode epidemi yang terutama berlangsung selama musim hujan dan erat kaitannya dengan kelembaban pada musim hujan. Hal tersebut menyebabkan peningkatan aktivitas vektor dalam mengigit karena didukung oleh lingkungan yang baik untuk masa inkubasi.

- 3. Kondisi demografi antara lain kepadatan penduduk, tingkat pendidikan, mata pencaharian, perilaku masyarakat, adat istiadat dan sosial ekonomi penduduk.
- 4. Jenis nyamuk sebagai penular penyakit demam berdarah *dengue* adalah *Aedes Aegypti* dan *Aedes Albopictus*.