BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi Linier

Analisis regresi adalah metode analisis statistika yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel dependen dan variabel, model umun regresi dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$$

Parameter β_n, dimana n = 1, 2, ... , k merupakan koefisien regresi dan ε = galat. Sedangkan model regresi dengan k variabel prediktor dan banyak pengamatan n adalah :

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad , i = 1,2, \dots , n$$

Model regresi dapat ditulis dengan bentuk matriks, mengubah persamaan diatas menjadi :

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Dimana

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

2.5.1 Estimasi parameter β model regresi liniar

Metode yang digunakan untuk menganalisis parameter model regresi adalah *Ordinary Least Square* (OLS). Nilai error dalam OLS diasumsikan identik, independent dan berdistribusi normal dengan nilai mean nol dan varians konstan.

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta)$$

$$= Y^T Y - \beta^T X^T Y - Y^T X\beta + \beta^T X^T X\beta$$

$$= Y^T Y - 2\beta^T X^T Y + \beta^T X^T X\beta$$

Dengan meminimumkan parameter β , maka manjadi :

$$\frac{\partial(\varepsilon^T \varepsilon)}{\partial(\beta)} = -2X^T Y + 2X^T X\beta = 0 \text{ , sehingga diperoleh :}$$

$$X^T X\beta = X^T Y$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Dimana $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ merupakan vektor dari parameter yang berukuran (k + 1) x 1 , nilai **X** merupakan matriks variabel independent berukuran n x (k +1) dan **Y** merupakan vektor observasi dari variabel dependent berukuran (n x 1).

2.5.2 Pengujian asumsi model regresi

Model regresi yang telah diperoleh melalui estimasi parameter Ordinary Least Square (OLS) akan menghasilkan estimasi parameter yang tidak bias jika asumsi-

asumsi klasik terpenuhi. Pengujian asumsi klasik diantaranya adalah pengujian uji normalitas error, uji heteroskedastisitas, uji multikolinearitas dan uji independensi error.

1. Uji Normalitas Error

Menurut Ghozali dalam Bellani (2017) Uji normalitas bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi, variabel residualberdistribusi normal atau tidak. Apabila hasil variabel tidak berdistribusi normal maka hasil uji statistik yang dilakukan akan mengalami penurunan. Uji normalitas data dapat dapat dilakukan dengan menggunakan One Sample Kolmogorof Smirnov yaitu dengan taraf pengujian nilai signifikasi diatas 0,05 maka data dapat dikatakan berdistribusi normal.

2. Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas diperlukan guna untuk mengetahui ada tidaknya variabel independent yang memiliki kemiripan antar variabel independent akan mengakibatkan korelasi yang kuat (Bellani, 2017). Efek dari multikolinearitas adalah menyebabkan tingginya variabel pada sample. Hal tersebut berarti standar error yang dihasilkan besar, akibatnya ketika koefisien diuji, t hitung akan memiliki nilai yang lebih kecil dari pada t tabel. Hal tersebut menjukkan tidak adanya hubungan linier antara variabel indepndent yang dipengauhi variabel dependent.

Untuk mengetahui ada atau tidaknya multikolinearitas dalm model regresi dapt diketahu dengan nilai Variance Inflation Factor (VIF). Jika nilai VIF diatas 10 menunjukkan adanya kolinearitas pada model regresi.

3. Uji Heteroskedastisitas

Berdasarkan teori imam Ghozali dalam Bellaini (2017), uji heteroskedastisitas bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan variance dari residual atau dari variabrl ke variabel lain. Dasar analisis uji heteroskedastisitas adalah:

a. Jika terdapat pola tertentu, seperti titik-titik yang ada membentuk pola tertentu (bergelombang, melebar kemudian menyempit), maka mengindikasikan telah terjadi heteroskedastisitas.
b. Jika tidak ada pola yang jelas, serta titik-titik menyebar diatas dan dibawah angka 0 pada sumbu Y, maka tidak terjadi heteroskedastisitas.

4. Uji Autokorelasi

Menurut imam Ghozali dalam Bellani (2017), Uji autokorelasi bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi linier ada korelasi antara kesalahan residual pada periode t-1 (sebelumnya). Salah satu metoe untuk menguji autokorelasi ini adalah metode Bdurbin-Watson. Pengambilan keputusan pada pengujian Durbin-Watson adalah sebagai berikut :

a. Angka DW dibawah -2, berarti ada autokorelasi positif

   Angka DW diantara -2 sampai +2 berarti tidak ada autokorelasi

b. Angka DW diatas +2, berarti ada autokorelasi negatif

2.2 Geographically Weighted Regression

Metode Geographically Weighted Regression (GWR) merupakan perluasan dari model regresi untuk memodelkan data dengan variabel dependent yang bersifat kontinu dan mempertimbangkan aspek spasial dari titik pengamatan. Setiap nilai parameter dipengaruhi oleh titik pengamatan, sehingga setiap titik pengamatan akan memiliki nilai parameter yang berbeda-beda (Widayaka, 2016). Model GWR dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^{k} \beta_j\,(u_i, v_i)\,X_{ij} + \varepsilon_i \quad , i = 1,2, \dots, n$$

Dimana nilai Y_i merupakan nilai dari variabel dependent pada titik pengamatan ke-i, sedangkan X_{ij} nilai variabel independent ke-j pada titik pengamatan ke-i, (u_i, v_i) merupakan koordinat titik pengamatan ke-i (longitude, latitude), serta $\beta_0(u_i, v_i)$ merupakan nilai koefisien GWR, $\beta_j\,(u_i, v_i)$ adaah koefisien regresi ke-k pada titik pengamatan ke-i, ε_i adalah nilai error pengamatan ke-i diasumsikan identik, independent, dan berdistribusi normal dengan nilai mean nol dan varian konstan σ^2.

2.2.1 Estimasi Prameter Model GWR β (u_i , v_i)

Menurut Fotheringham, et al (2003), Metode penaksiran parameter model GWR dalam metode *Weighted Least Square* (WLS) adalah dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk semua titik pengamatan dimana data tersebut diambil. Pada model GWR diasumsikan bahwa daerah yang dekat dengan lokasi pengamatan ke-i mempunyai pengaruh yang besar terhadap estimasi parameternya dari pada daerah yang lebih jauh. Sehingga penaksir parameter dari model GWR untuk titik pengamatan (Fotheringham, et al , 2003), adalah sebagai berikut :

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = (\boldsymbol{X^T W}\,(u_i, v_i)\boldsymbol{X})^{-1}\,\boldsymbol{X^T W}(u_i, v_i)\boldsymbol{Y}$$

2.2.2 Pembobotan Model GWR

Pembobot bergantung pada jarak titik pengamatan. Pembobot berupa matriks diagonal dimana elemen diagonalnya merupakan sebuah fungsi pembobot dari setiap titik pengamatan. Fungsi dari matriks pembobot adalah untuk menentukan parameter yang berbeda-beda pada setiap titik pengamatan Chasco, (2007). Pembobot yang dapat digunakan pada model GWR adalah salah satunya menggunakan fungsi jarak eksponensial. Matriks fungsi kernel *gaussian* pada lokasi ke-i fungsinya sebagai berikut :

$$\boldsymbol{W}\,(u_i, v_i) = \exp\left(\frac{-1}{2}\left(d_{ij}/h\right)^2\right)\,, i, j = 1, 2, \dots, n$$

Untuk mendapatkan nilai d_{ij} didapatkan dari $\sqrt{(u_i, v_i)^2 + \,(u_i, v_i)^2}$. Untuk nilai u_i merupakan koordinat latitude pada titik pengamatan ke-i dan v_i merupakan koordinat longitude pada titik pengamatan ke-i, serta nilai b_i merupakan bandwidth pada lokasi ke-i. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan dalam memilih *bandwitch* optimum, salah satunya adalah dengan metode Cross Validation (CV) yang secara matematis didefinisikan sebagai berikut :

$$CV = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_{\neq i}(b))^2$$

Dengan $\hat{y}_{\neq i}(b)$ adalah nilai penaksir y_i dimana titik pengamatan (u_i, v_i) dihilangkan dari peoses penaksiran. Nilai *bandwidth* (b) yang optimal didapatkan dari nilai b yang menghasilkan nilai CV yang minimum.

2.2.3 Pengujian Hipotesis GWR

1. Pengujian Kesesuaian Model (*goodness of fit*)

Pengujian ini dilakukan dengan hipotesis menurut pratama, et al, (2013) adalah sebagai berikut :

H_0 : $\beta_j\ (u_i, v_i) = \beta_j$ untuk setiap j=1, 2, ... , p dan i= 1, 2, ... , n

(tidak ada perbedaan signifikan antara model regresi linier dengan model GWR)

H_1 : minimal ada satu $\beta_j\ (u_i, v_i) \neq \beta_j$

(ada perbedaan yang signifikan antara model regresi linier dengan model GWR)

$$\text{Statistik uji : } F_1 = \frac{SSE(H_1)/df_1}{SSE(H_0)/df_2}$$

Dengan keterangan sebagai berikut :

SSE (H_0) = Y^T (I – H) Y dimana H =$X(X^TX)^{-1}X^T$

SSE (H_1) = $Y^T (I - L)^T (I - L)Y$

$Df_1 = \frac{\delta_1^2}{\delta^2}$. dimana δ_1 = tr ($[I - L)^T (I - L)]^i$), i = 1,2.

Dan I merupakan matriks identitas berukuran n x n maka L adalah matriks proyeksi dari model GWR yaitu :

$$L = \begin{bmatrix} x_1^t \, [\, X^T W(u_1, v_1) X]^{-1} \, X^T W(u_1, v_1) \\ x_2^t \, [\, X^T W(u_2, v_2) X]^{-1} \, X^T W(u_2, v_2) \\ \vdots \\ x_n^t \, [\, X^T W(u_n, v_n) X]^{-1} \, X^T W(u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

$$df_2 = n - p - 1$$

Dibawah H_0 F_1 akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_1 dan df_2 .

2. Uji Pengaruh Lokasi Secara Parsial

Pengujian model GWR untuk menentukan sifat lokal dan global menggunakan pengaruh pengujian pengaruh lokasi secara parsial Leung,dkk(2000).Uji parsial dapat mengetahui apakah terdapat perbedaan pengaruh dari fariabel independen X_j antara lokasi satu dengan lokasi lainnya. Pengujian ini dapat di lakukan dengan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : $\beta_1\,(u_1, v_1) = \beta_2\,(u_2, v_2) = \cdots = \beta_j\,(u_n, v_n), untuk\ j = 0,1, \ldots, k$

(tidak ada perbedaan yang signifikan dari variabel prediktor X_j antara satu lokasi dengan lokasi lainnya.

H_1 : Minimal ada satu $\beta_j\,(u_i, v_i)$ (i = 1 , 2, ... , n) ≠ $\beta_j\,(u_n, v_n)$

(ada perbedaan pengaruh signifikan dari variabel prediktor X_j antara satu lokasi dengan lokasi lainnya.

Statistik uji

$$F_2 = \frac{v_j^2 / tr(\frac{1}{n} B_j^T \left[1 - \frac{1}{n} K\right] B_j}{SSE(H_1)/\delta_1}$$

Dengan :

$$B_j = \begin{bmatrix} e_1^T \; [X^T W(u_1, v_1) X]^{-1} \; X^T W(u_1, v_1) \\ e_2^T \; [X^T W(u_2, v_2) X]^{-1} \; X^T W(u_2, v_2) \\ \vdots \\ e_n^T \; [X^T W(u_n, v_n) X]^{-1} \; X^T W(u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

$$V_j^2 = \frac{1}{n} \sum\nolimits_{i=1}^{n} \left(\hat{\beta}_j(u_i, v_i) - \frac{1}{n} \sum\nolimits_{i=1}^{n} \hat{\beta}_j(u_i, v_i) \right)^2$$

$$= \frac{1}{n} B_j^T \left[I - \frac{1}{n} K \right] B_j$$

Dibawah H_0 F_2 akan mengikuti distribusi F dengan derajat bebas $df_1 = \left(\frac{\gamma_1^2}{\gamma_2}\right)$ dan $df_2 = \frac{\delta_1^2}{\delta_2}$ dengan $\gamma_i = tr\left(\frac{1}{n} B_j^T \left[I - \frac{1}{n} K\right] B_j\right)^1$, $i = 1,2$. Jika diberikan tingkat signifikasi sebesar α maka akan menolak H_0 jika $F_2 > F_{\alpha,df1,df2}$.

3. Pengujian Parsial Signifikasi Parameter Model

Menurut Purhadi dan Yasin (2012) pengujian parsial dilakukan untuk menguji signifikansi parameter model dari setiap lokasi yang diamati. Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui parameter mana yang yang memiliki pengaruh signifikan pada setiap variabel respon. Dengan pengujiannya sebagai berikut :

H_0 : $\beta_j \, (u_i, v_i) = 0$ untuk j (j=1, 2, ... , p) , i=1, 2, ... , n

H_1 : Minimal ada satu $\beta_j \, (u_i, v_i) \neq 0$ untuk j (j=1, 2, ... , p) , i=1, 2, ... , n

Penaksir nilai $\hat{\beta}(u_i, v_i)$ pada persamaan akan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata $\beta(u_i, v_i)$ dan matriks kovarian $C_i C_i^T \sigma^2$, dengan $C = (X^T W(u_i, v_i) X)^{-1} X^T W(u_i, v_i)$ sehingga didapatkan :

$$\frac{\hat{\beta}(u_i, v_i) - \beta(u_i, v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{c_{kk}}} \sim N\ (0,1)$$

Dengan c_{kk}merupakan elemen diagonal ke-k matriks $C_i C_i^T$. Sehingga statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$T = \frac{\hat{\beta}(u_i, v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{c_{kk}}}$$

T akan mengikuti distribus t dengan derajat bebas df = $\frac{\delta_1^2}{\delta_2}$ dan $\hat{\sigma} = \frac{RSS\ (H_1)}{\delta_1}$. Jika tingkat signifikasinya berupa α , maka pengambilan keputusan adalah tolak H_0 atau dengan kata lain parameter $\beta(u_i, v_i)$ signifikansi terhadap model jika $T_{hitung} > t_{\alpha/2\ ;\ df}$.

2.3 *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR)

Metode *mixed geographically weighted regression* (MGWR) merupakan metode yang menggabungkan dua metode yaitu metode regresi linier dan metode *geographically weighted regression* (regresi yang diboboti). Menurut Purhadi dan Yasin (2012) Pada model GWR variabel independent yang digunakan tidak semuanya memiliki pengaruh secara lokal sehingga ada beberapa variabel independent yang bersifat global maka model ini yang disebut dengan model *mixed geographically weighted regression*. Menurut Fotheringham , dkk (2003) pada model MGWR terdapat beberapa koefisien pada model GWR diasumsikan konstan untuk semua titik pengamatan yang digunakan sedangkan yang lain bervariasi sesuai titik pengmatan data. Dengan mengasumsikan koefisien model bersifat lokal dapat ditulis persaman sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{j=1}^{q} \beta_j (u_i, v_i) X_{ij} + \sum_{j=q+1}^{p} \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i \quad , i = 1,2, \dots , n$$

Dengan Y_i merupakan nilai dari variabel dependent observasi ke-i, selanjutnya $\beta_0(u_i, v_i)$ merupakan konstanta pada pengamatan ke-i, (u_i, v_i) untuk menyatakan koordinat letak geografis (longitude, latitude) pada titik pengamatan ke-i, X_{ij} merupakan nilai observasi variabel dependent ke-j pada pengamatan ke-i, $\beta_j (u_i, v_i)$ adalah koefisien regresi observasi variabel independent ke-j pada titik pengamatan ke-i , β_j adalah koefisien regresi observasi variabel independent ke-j, dan ε_i merupakan error pengamatan ke-i yang diasumsikan identik, independent, dan berdistribusi normal dengan nilai mean nol dan varian σ^2.

2.3.1 Estimasi Parameter Model MGWR

Menurut Fotheringham, dkk (2003) Estimasi parameter pada model MGWR adalah menggunakan metode *Weighted least Square* (WLS) samadegan pada model GWR. Dengan langkah awal yaitu dengan membuat matriks pembobot untuk setiap titik pengamatan. Estimasi parameter pada model MGWR adalah dengam mengidentifikasi variabel global dan variabel lokal pada model MGWR. Bentuk matriks persamaan dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = X_1\beta_1(u_i, v_i) + X_g\beta_g + \varepsilon$$

X_1 merupakan matriks variabel independent lokal, X_g merupakan matriks variabel independent global, dan β_g merupan vektor variabel independent global, $X_1\beta_1(u_i, v_i)$ merupakan matriks variabel independent lokal :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1q} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nq} \end{bmatrix}, X_g = \begin{bmatrix} x_{1,(q+1)} & x_{1,(q+2)} & \vdots & x_{1n} \\ x_{2,(q+1)} & x_{2,(q+2)} & \vdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,(q+1)} & x_{n,(q+2)} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} dan, \beta_{\mathrm{I}}(u_i, v_i) = \begin{bmatrix} \beta_0(u_i, v_i) \\ \beta_1(u_i, v_i) \\ \vdots \\ \beta_q(u_i, v_i) \end{bmatrix}, \beta_g = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, n$$

Menuliskan model MGWR dalam bentuk GWR adalah sebagai berikut :

$$\tilde{y} = y - X_g\beta_g + X_g\beta_g(u_i, v_i) + \varepsilon$$

Degan mengestimasi model diatas seperti dalam model GWR, koefisien lokasi pada titik pengamatan (u_i, v_i) maka didapatkan hasil persamaan rumus yang didapatkan adalah :

$$\varepsilon^T W(u_i, v_i)\varepsilon = \tilde{y}W(u_i, v_i)\,\tilde{y} - 2\beta_I^T(u_i, v_i)X_I^T W(u_i, v_i)\tilde{y}$$
$$+ \beta_I^T(u_i, v_i)X_I^T W(u_i, v_i)\, X_I\beta_I(u_i, v_i)$$

Jika persamaan diatas diturunkan terhadap $\hat{\beta}_I^T(u_i, v_i)$ dan hasilnya disama dengankan nol maka hasil persamaan rumus yang didapatkan adalah sebagai berikut :

$$\hat{\beta}_I^T(u_i, v_i) = [X_I^T W(u_i, v_i)\, X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i)\,\tilde{y}$$

Sehingga estimasi parameter model GWR sebagai berikut :

$$\widehat{\beta_I}(u_i, v_i) = (\widehat{\beta_0}(u_i, v_i)\,, \widehat{\beta_1}(u_i, v_i), \dots, \widehat{\beta_2}(u_i, v_i))^T$$

$$= [X_I^T W(u_i, v_i)\, X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i)\, \tilde{y}$$

Misal X_{I1}^T = (1, X_{i1} , X_{i2} , ... , X_{q1}) adalah elemen dari baris ke-i dari matriks X_i , maka nilai prediksi untuk $\tilde{y}$ pada (u_i, v_i) dapat didapatkan dengan cara sebagai berikut :

$$\hat{\tilde{y}} = X_{I1}^T \widehat{\beta_I}(u_i, v_i) = X_{I1}^T [X_I^T W(u_i, v_i) X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i)\, \hat{y}$$

Sehingga persamaan untuk seluruh persamaan dapat ditulis sebagai berikut :

$$\hat{\tilde{y}} = (\,\hat{\tilde{y}}_1, \hat{\tilde{y}}_2, \dots, \hat{\tilde{y}}_n)^T = S_I \tilde{y}$$

Dengan

$$S_I = \begin{bmatrix} X_{I1}^T [X_I^T W(u_i, v_i) X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i) \\ X_{I2}^T [X_I^T W(u_i, v_i) X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i) \\ \vdots \\ X_{In}^T [X_I^T W(u_i, v_i) X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i) \end{bmatrix}$$

Setelahnya disubtitudikan elemen dari $\widehat{\beta_I}(u_i, v_i)$ ke dalam model MGWR sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$y - X_I \beta_I = X_g \beta_g + \varepsilon$$

$$y - S_I \tilde{y} = X_g \beta_g + \varepsilon$$

$$y - S_I(\,y - X_g \beta_g) = X_g \beta_g + \varepsilon$$

$$(I - S_I)\, y = (I - S_I)\, X_g \beta_g + \varepsilon$$

Dengan menggunakan metode OLS didapatkan estimasi untuk koefisien global sebagai berikut:

$$\varepsilon^T \varepsilon = \left[(I - S_I) y - (I - S_I)\, X_g \beta_g\,\right]^T \left[(I - S_I) y - (I - S_I)\, X_g \beta_g\right]$$

$$\varepsilon^T \varepsilon = y^T (I - S_I)^T (I - S_I)\, y - 2\, \beta_g^T X_g^T (I - S_I)^T (I - S_I) y$$
$$+\ \beta_g^T X_g^T (I - S_I)^T (I - S_I)\ X_g \beta_g$$

Jika persamaan $\varepsilon^T \varepsilon$ diturunkan terhadap $\hat{\beta}_g^T$ dan lalu hasilnya disama dengnkan dengan nol maka didapatkan estimasi parameter model regresi global sebagai berikut :

$$\hat{\beta}_g = \left[X_g^T (I - S_I)^T (I - S_I) X_g\right]^{-1} X_g^T (I - S_I)^T (I - S_I) y$$

Dengan mengestimasikan $\hat{\beta}_g$ kedalam persamaan diatas maka dapat diperoleh estimasi untuk koefisien lokal pada titik pengamatan (u_i, v_i) sebagai berikut :

$$\hat{\beta}_I(u_i, v_i) = [X_I^T W(u_i, v_i) X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i) \tilde{y}$$

$$[X_I^T W(u_i, v_i) X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i)(y - X_g \hat{\beta}_g)$$

Sifat ketidaksamaan estimator $\hat{\beta}_g$ dan $\hat{\beta}_I(u_i, v_i)$ yaitu merupakan estimator tak bias untuk estimasi β_g dan $\beta_I(u_i, v_i)$. Estimasi parameter σ^2 yang diperoleh dengan memperhatikan sifat kelokalan dari model MGWR. Estimasi parameter σ^2 dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{\sigma}^2 = \left(\frac{SSE}{tr(I-S)^T(I-S)}\right)$$

Dengan SSE merupakan $\hat{\varepsilon}^T\hat{\varepsilon}$, atau bentuk lainnya adalah $\hat{\varepsilon}^T(I-S)^T(I-S)\ \varepsilon$.

2.3.2 Pengujian Hipotesis Model MGWR

Prinsip pengujian hipotesis model MGWR menurut Leung, dkk , (2000), adalah dengan membandingkan antara model MGWR dengan model regresi global. Pengujian hipotesis yang dilakukan meliputi uji kesesuaian model (goodness of fits) model GWR san regresi global, pengujian serentak untuk parameter global dan lokal serta pengujian parsial pada setiap model MGWR.

1. Uji Kesesuaian Model (goodness of fit)

   Uji hipotesis yang pertamakali dilaukan adalah dengan membandingkan model MGWR dengan model regresi global. Pengujian ini dilakukan dengan hipotesis sebagai berikut:

   H_0 : $\beta_j(u_i, v_i) = \beta_j$ untuk setiap j = 1, 2, ... , k dan i = 1, 2, ... , n

   (tidak terdapat perbedaan yang signifikan antara model regresi dengan model MGWR)

   H_1 : minimal ada satu $\beta_j(u_i, v_i) \neq \beta_j$ untuk setiap j = 1, 2, ... , k dan i = 1, 2, ... , n

   (terdapat perbedaan yang signifikan antara model regresi dengan model MGWR)

   Statistik uji :

$$F_1 = \frac{DSS_1/v_1}{SSE(H_1)/u_1}$$

Dengan DSS_1 merupakan $y^T[(I-H)-(I-S)^T(I-S)]\,y$, $SSE(H_1)$ marupakan hasil dari $y^T(I-S)^T(I-S)y$, sedangkan S merupakan hasil dari $S_I+(I-S_I)\left[X_g^T(I-S_I)^T(I-S_I)X_g\right]^{-1}X_g^T(I-S_I)^T(I-S_I)$ dan nilai u_i diperoleh dari $tr([(I-S)^T(I-S)]^{-1})$, i=1, 2 serta v_i diperoleh dari $tr([(I-H)(I-S)^T(I-S)]^i)$, i=1, 2 , $df_i = \frac{v_1^2}{v_2}$, $df_2 = \frac{u_1^2}{u_2}$:

Distribusi dari F_1 mengikuti distribusi F dengan derajat bebas df_i dan df_2 , jika diberikan tingkat signifikasi α maka H_0 ditolak jika $F_1 < F_{1-\alpha;df1;df2}$.

2. Pengujian Serentak Parameter Model MGWR

Menurut Purhadi dan Yasin (2012), uji yang digunakan untuk menguji serentak begaimana signifikasi dari variabel model MGWR. Ada dua pengujian yang pertama adalah pengujian hipotesis serentak pada parameter variabel independent global x_j ($q+1 \leq j \leq p$). Dengan hipotesis yaitu :

$H_0 : \beta_{q+1} = \beta_{q+2} = \ldots = \beta_p = 0$

H_1 : Minimal ada satu $\beta_p \neq 0$

$$F_2 = \frac{\left(\frac{r_1 DSS_2}{r_2\sigma^2}\right)/\frac{r_1^2}{r_2}}{\left(\frac{u_1 SSE(H_1)}{u_1\sigma^2}\right)/\frac{u_1^2}{u_1}} = \left(\frac{DDS_2/r_1}{SSE(H_1)/u_1}\right)$$

Dengan DDS_2 merupakan $y^T[(I-S_I)^T(I-S_I)-(I-S)^T(I-S)]y$, $SSE(H_1)$ merupakan hasil dari $y^T(I-S)^T(I-S)y$, nilai u_i diperoleh dari

$tr([(I-S)^T(I-S)]^i)$, i=1, 2 serta r_i diperoleh dar $tr([(I-S_I)^T(I-S_I)-(I-S)^T(I-S)]^i)$, i= 1, 2 , $df_i = \frac{r_1^2}{r_2}$, $df_2 = \frac{u_1^2}{u_2}$.

Tolak H_0 jika nilai $F_2 \geq F_{1-\alpha;df1;df2.}$ Selanjutnya uji serentak yang kedua adalah uji serentak pada hipotesis pada parameter variabel independent lokal X_j $(1 \leq j \leq q)$ dengan hipotesis sebagi berikut :

$H_0 : \beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = \cdots = \beta_q(u_i,v_i) = 0$

H_1 : Minimal ada satu $\beta_q(u_i,v_i) \neq 0$

Statistik uji :

$$F_3 = \frac{\left(\frac{t_1 DSS_2}{t_2\sigma^2}\right)/\frac{t_1^2}{t_2}}{\left(\frac{u_1 SSE(H_1)}{u_1\sigma^2}\right)/\frac{u_1^2}{u_1}} = \left(\frac{DDS_3/t_1}{SSE(H_1)/u_1}\right)$$

Dengan DDS_3 merupakan $y^T\left[\left(I-S_g\right)^T\left(I-S_g\right)-(I-S)^T(I-S)\right]y$, $SSE(H_1)$ merupakan hasil dari $y^\wedge T(I-S)^\wedge T(I-S)y$, nilai u_i diperoleh dari $tr([(I-S)^T(I-S)]^i)$, i=1, 2 serta t_i diperoleh dar $tr(\left[\left(I-S_g\right)^T\left(I-S_g\right)-(I-S)^T(I-S)\right]^i)$, i= 1, 2 , $df_i = \frac{r_1^2}{r_2}$, $df_2 = \frac{u_1^2}{u_2}$. Tolak H_0 jika nilai $F_3 \geq F_{1-\alpha;df1;df2.}$

3. Pengujian Parsial Signifikansi Parameter Model

Menurut Purhadi dan Yasin (2012), uji ini digunakan untuk mengetahui variabel global dan lokal yang berpengaruh signifikan terhadap respon pada model MGWR. Pada pengujian ini akan melakukan dua kali uji yaitu yang pertama merupakan pengujian signifikansi suatu variabel global dan yang kedua pengujian signifikansi pada variabel lokal. Untuk pengujian signifikansi pada parameter global xk (q+1≤k≤p) digunakan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : $\beta_{q+1} = \beta_{q+2} = ... = \beta_p = 0$ untuk p= jumlah koefisien parameter variabel global (variabel global X_p tidak signifikan)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_{q+1} = \beta_{q+2} = ... = \beta_p \neq 0$ p= jumlah koefisien parameter variabel global (variabel global X_p tidak signifikan)

$$T_{g_{hit}} = \frac{\hat{\beta}_p}{\hat{\sigma}\sqrt{g_{pp}}}$$

Dengan g_{pp} adalah elemen diagonal ke-k dari hasil perkalian matriks GG^T.G merupakan hasil dari $\left[X_g^T(I-S_I)^T(I-S_I)X_g\right]^{-1}X_g^T(I-S_I)^T(I-S_I)$, $\hat{\sigma}^2 = \frac{y^T(I-S)^T(I-S)y}{tr((I-S)^T(I-S))}$, pada signifikansi sebesar α , maka dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 atau parameter $\hat{\beta}_p$ signifikan tarhadap model jika $T_{g_{hit}} > T_{(\alpha/2;df)}$ dengan df = $\frac{u_1^2}{u_2}$

Uji hipotesis selanjutnya untuk mengetahui variabel lokal yang berpengaruh signifikan terhadap respon pada model MGWR. Untuk menguji signifikan suatu variabel lokal xk (q+1≤k≤p) digunakan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : $\beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = \cdots = \beta_q(u_i,v_i) = 0$ untuk q= jumlah koefisien parameter variabel global (variabel lokal X_q pada lokasi ke-i tidak signifikan)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \cdots = \beta_q(u_i, v_i) = 0$ untuk q= jumlah koefisien parameter variabel global (variabel lokal X_q pada lokasi ke-i tidak signifikan)

$$T_{i\_hit} = \frac{\hat{\beta}_p(u_i, v_i)}{\hat{\sigma}\sqrt{m_{qq}}}$$

Dengan m_{qq} adalah elemen diagonal ke-k dari hasil perkalian matriks $MM^T.M$ merupakan hasil dari $[X_I^T W(u_i, v_i) X_I]^{-1} X_I^T W(u_i, v_i)(I - X_g G)$, pada signifikansi sebesar α , maka dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 atau parameter $\hat{\beta}_q(u_i, v_i)$ signifikan tarhadap model jika T_{i_hit} > $T_{(\alpha/2;df)}$ dengan df = $\frac{u_1^2}{u_2}$.

2.4 Pengangguran

Pengangguran adalah sebutan bagi orang yang tidak memiliki pekerjaan, sedang mencari pekerjaan, bekerja kurang dari dua hari dalam satu minggu, atau seseorang yang sedang mencari pekerjaan. Seseorang yang tidak bekerja dan tidak sedang mencari pekerjaan tidak termasuk dalam golongan pengangguran. Untuk mengukur pengangguran dalam suatu wilayah biasanya digunakan nilai tingkat pengangguran.

Tingkat pengangguran biasanya diperoleh dari hasil survei. Tingkat pengangguran yang terlalu tinggi dapat menyebabkan beberapa masalah diantaranya masalah politik, keamanan, dan sosial sehingga dapat menggangu pertumbuhan dan pembangunan ekonomi dalam suatu wilayah. Akibat jangka panjang jika masalah pengguran tidak di atasi adalah menurunnya nilai produk nasional bruto (PNB). Jumlah pengangguran beriringan dengan jumlah penduduk dan tidak didukung dengan ketersediaan lapangan pekerjaan baru.

2.5.1 Jenis Pengangguran

Dilihat dari penyebabnya, pengangguran dibagi menjadi 3, yaitu :

1. Pengangguran Fiksional, adalah jenis pengangguran yang disebabkan karena perpindahan masyarakat dari satu daerah ke daerah lainnya, atau dari satu pekerjaan ke pekerjaan lainnya. Terdapat tiga macam pengangguran yang termasuk pengangguran fiksional, yaitu:

a) Tenaga kerja yang baru pertama kali mencari pekerjaan. Setiap tahunnya terdapat penduduk yang usianya termasuk dalam angkatan kerja dan juga terdapat pelajar serta mahasiswa yang telah menyelesaikan pendidikannya dan mulai aktif mencari pekerjaan.

b) Pekerja yang mencari pekerjaan baru. Pada saat keadaan perekonomian mencapai pada tingkat yang tinggi dan terdapat perusahaan yang membutuhkan pegawai baru dan mengalami kesulitan dalam mencari pegawai baru. Ini akan mendorong para pekerja yang sedang bekerja untuk meninggalkan pekerjaannya, untuk mencari pekerjaan yang lebih sesuai dengan pribadinya atau untuk mendapatkan penghasilan yang lebih tinggi.

c) Pekerja yang memasuki pasaran buruh. Terdapat golongan yang dimana dahulu telah meninggalkan angkatan kerja dan kembali lagi untuk mendapatkan kerja (Sukirno , (2002)).

2. Pengangguran struktural, yaitu jenis pengangguran yang disebabkan adanya perubahan di dalam struktur pasar tenaga kerja yang menyebabkan

terjadinya ketidak sesuaian antara penawaran dan permintaan tenaga kerja. ketidak sesuaian yang terjadi antara lain adalah permintaan penerimaan atas satu jenis pekerjaan, sementara pekerjaan lain permintaannya menurun, dan penawaran itu sendiri tidak dapat melakukan penyesuaian dengan cepat terhadap keadaan tersebut. Tiga faktor utama penyebab pengangguran struktural adalah :

a) Perkembangan teknologi, semakin majunya perkembangan teknologi membuat banyak tenaga keja yang akhirnya digantikan oleh teknologi atau alat sehingga banyak terjadi peningkatan pengangguran.
b) Persaingan produk dari luar negri atau daerah lain. Persaingan dari luar negri ini mampu menghasilkan produk yang lebih baik akibatnya permintaan akan produk lokal semakin menurun, dan industri lokal yang tidak dapat bersaing akan mengalami penutupan usaha sehingga dapat meningkatkan jumlah pengangguran.
c) Perkembangan ekonomi yang menurun dari suatu wilayah sebagai akibat dari pertumah ekonomi yang pesat pada wilayah lain.

3. Pengangguran konjungtur, yaitu pengangguran yang terjadi sebagai akibat menurunnya kegiatan ekonomi atau karena sedikitnya permintaan agregat didalam perekonomian dibandingkan penawaran agregat (Putong dan Andjaswati , (2010)).

2.5.2 Variabel yang Mempengaruhi Jumlah Pengangguran

1. Pertumbuhan ekonomi adalah proses perubahan kondisi perekonomian suatu negara secara berkesinambungan menuju keadaan yang lebih baik selama periode tertentu.
2. Upah minimum regional, upah adalah sebutan atas imbalan dari hasil kerja yang dilakukan oleh pekerja dan diberikan oleh pihak perusahaan. Upah sendiri memiliki nilai minimum atau dikenal dengan upah minimum.
3. Indeks Pembangunan Manusia (IPM) adalah nilai perbandingan dari nilai harapan hidup, angka melek huruf, pendidikan dan standar hidup untuk seua negara di seluruh dunia. IPM digunakan untuk mengklasifikasian apakah sebuah negara adalah negara maju, berkembang, atau negara terbelakang dan juga untuk mengukur pengaruh dari ekonomi terhadap kualitas hidup.