

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Regresi Klasik

Persamaan regresi dengan salah satu peubah Y (dependen) dengan lebih dari satu peubah independen ($X_1, X_2, \dots, X_p$) adalah pengertian dari persamaan regresi berganda. Hubungan antara peubah-peubah tersebut dapat dirumuskan dalam bentuk model sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i$$

Dimana β_0 merupakan konstanta dan β_p merupakan koefisien regresi peubah independen ke p . Bila dituliskan dalam bentuk matriks menjadi :

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Asumsi-asumsi yang mendasari model regresi adalah :

1. ε_i memiliki ragam homogen atau disebut bebas heteroskedastisitas
2. ε_i dan ε_j tidak berkorelasi sehingga $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$
3. ε_i merupakan peubah acak normal dengan nilai tengah nol dan ragam σ^2 .

Dengan kata lain, $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$.

Nilai dugaan bagi β diperoleh dengan menggunakan metode jumlah kuadrat terkecil yaitu dengan meminimumkan $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$, sehingga nilai dugaan bagi β yaitu

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

(Mattjik & Sumertajaya dalam Panjaitan, 2012).

2.2 Model Umum Regresi Spasial

Model umum regresi spasial ditunjukkan pada persamaan berikut :

$$Y = \rho WY + X\beta + u$$

$$u = \lambda Wu + \varepsilon$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$$

Dimana :

Y : peubah respon atau peubah tak bebas

ρ : koefisien prediktor Model Spasial Lag

u : vektor error regresi yang diasumsikan mempunyai efek random dan juga error yang berautokorelasi secara spasial

W : matriks pembobot spasial dengan ukuran $n \times n$

β : vektor koefisien parameter regresi

X : matriks peubah bebas

λ : koefisien dalam Model Spasial Error yang bernilai $|\lambda| < 1$

Jika $\rho \neq 0$ maka $\lambda = 0$ maka model ini akan menjadi model Spasial Lag

(SAR) dengan persamaan :

$$Y = \rho WY + X\beta + u$$

Dan jika $\rho = 0$ maka $\lambda \neq 0$ maka model ini akan menjadi Model Spasial Error

(SEM) dengan persamaan :

$$Y = X\beta + u$$

$$u = \lambda Wu + \varepsilon$$

Misalkan kuadrat matriks pembobot $(I - \rho W)'(I - \rho W)$ dinotasikan sebagai Ω dengan penduga β diperoleh dengan memaksimalkan fungsi log kemungkinan Model Umum Regresi Spasial, maka penduga β adalah sebagai berikut :

$$\hat{\beta} = (X' \Omega X)^{-1} X' \Omega (I - \lambda W) Y$$

Pengujian asumsi pada regresi spasial sama dengan pengujian asumsi pada model regresi klasik dengan metode kuadrat terkecil. Pengujian ragam dan kenormalan pada sisaan (Anselin 1988)

2.3 Regresi Poisson

Metode yang memodelkan suatu peristiwa yang memiliki peluang kejadian kecil dengan kejadiannya tergantung pada interval waktu tertentu atau tergantung pada daerah tertentu maka disebut sebaran Poisson (Osgood dalam Afri (2012). Sebaran Poisson memiliki fungsi peluang sebagai berikut :

$$P(y; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^y}{y!}; \quad y = 0, 1, 2, \dots \text{ dan } \mu > 0$$

Dengan μ adalah rerata banyaknya kejadian dalam interval tertentu. Sedangkan untuk nilai harapan dan ragam pada Poisson adalah :

$$E[y] = Var[y] = \mu$$

(Casella & Berger dalam Afri, 2012)

Persamaan model regresi Poisson dapat ditulis sebagai berikut.

$$\hat{\mu}_i = \exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \dots \hat{\beta}_p X_{pi})$$

Dengan $\hat{\mu}_i$ merupakan rata-rata jumlah kejadian yang terjadi dalam interval waktu tertentu (Pratama, 2015).

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter regresi Poisson adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Dengan fungsi likelihood dirumuskan sebagai berikut :

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^n e^{X_i^T \boldsymbol{\beta}} + \sum_{i=1}^n y_i X_i^T \boldsymbol{\beta} - \sum_{i=1}^n \ln(y_i!)$$

Untuk pengujian signifikansi parameter pada regresi Poisson terdiri atas uji serentak dan uji parsial. Uji signifikansi secara serentak menggunakan *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dengan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0 = \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 = \text{minimal ada satu } \beta_k \neq 0; k = 1, 2, \dots, p$$

Statistik Uji :

$$D(\boldsymbol{\beta}) = -2 \ln \lambda = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} \right)$$

Dengan $L(\hat{\omega})$ merupakan fungsi *likelihood* tanpa melibatkan variabel predictor, sedangkan $L(\hat{\Omega})$ merupakan fungsi *likelihood* dengan melibatkan variabel predictor. Tolak H_0 jika $D(\boldsymbol{\beta}) > \chi^2_{(a,p)}$ yang berarti minimal ada satu parameter yang berpengaruh secara signifikan. Kemudian dilakukan pengujian parameter secara parsial dengan hipotesis sebagai berikut :

$$H_0 = \beta_k = 0$$

$$H_1 = \beta_k \neq 0; \quad k = 1, 2, \dots, p$$

Statistik Uji :

$$Z_{hitung} = \frac{\bar{\beta}_k}{SE(\bar{\beta}_k)}$$

Tolak H_0 jika $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$ dengan α merupakan tingkat signifikansi yang ditentukan.

Overdispersi yang merupakan nilai disperse *pearson Chi-square* atau *deviance* yang dibagi dengan derajat bebasnya, diperoleh nilai lebih besar dari 1. (Hardin & Hilbe dalam Urifah, 2015).

2.4 Regresi Binomial Negatif

Model yang dapat digunakan apabila pada data Regresi Poisson memiliki kekurangan yaitu adanya kasus overdispersi. Model ini memiliki fungsi masa probabilitas sebagai berikut :

$$P(y, \mu, \theta) = \frac{\Gamma(y + \frac{1}{\theta})}{\Gamma(\frac{1}{\theta}) y!} \left(\frac{1}{1 + \theta\mu} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\theta\mu}{1 + \theta\mu} \right)^y$$

$$y = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\mu = \exp(\mathbf{X}_i^T \boldsymbol{\beta})$$

(Greene dalam Pratama, 2015)

Model Binomial Negatif dinyatakan sebagai berikut

$$\hat{y}_i = \exp[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} \dots \hat{\beta}_p X_{pi}]$$

2.5 Multikolinieritas

Didalam analisis regresi, didalamnya terdapat beberapa syarat yang harus dipenuhi. Seperti salah satu syarat dalam regresi yaitu asumsi klasik, Putri (2012) menyebutkan bahwa pengujian asumsi klasik dalam sebuah pemodelan regresi sangat berguna, karena dengan menguji asumsi klasik peneliti dapat melihat apakah data yang akan digunakan telah memenuhi ketentuan dalam model regresi. Beberapa pengujian asumsi klasik diantaranya Uji Normalitas, Uji Multikolinieritas, Uji Autokorelasi, dan Uji Heteroskedastisitas. Beberapa uji tersebut memiliki fungsi masing-masing, dalam kasus pengujian faktor-faktor yang mempengaruhi HIV seharusnya antar variabel prediktor tidak terjadi gejala multikolinieritas, mengingat definisi dari multikolinieritas sendiri terjadi apabila adanya korelasi yang signifikan antar variabel prediktor. Hidayanti (2015) pendekatan kasus multikolinieritas dapat dideteksi dengan melihat kriteria nilai VIF. Apabila nilai VIF (*Variance Inflation Factor*) lebih besar dari 10 maka data tersebut terindikasi gejala multikolinieritas antar variabel prediktor. Nilai VIF dinyatakan sebagai berikut

$$VIF_k = \frac{1}{1 - R_k^2}$$

Dengan R_k^2 adalah koefisien determinasi antara satu variabel prediktor dengan variabel prediktor lainnya. (Hocking dalam Hidayanti, 2015).

2.6 Uji Heterogenitas Spasial

Wahendra & Sri Pingit (2015) dalam penelitiannya menyebutkan bahwa pengujian heterogenitas spasial memiliki fungsi untuk menentukan apakah ada sesuatu yang khusus pada setiap lokasi pengamatan, sehingga menghasilkan parameter regresi yang berbeda-beda secara spasial. Pengujian ini menggunakan uji *Breusch-Pagan* (BP) dengan hipotesis :

$$H_0 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_\infty^2 = \sigma^2 \text{ (variansi antarlokasi sama)}$$

$$H_1 = \text{minimal ada satu } \sigma_1^2 \neq \sigma^2 \text{ (variansi antarlokasi berbeda)}$$

Menggunakan statistic uji *Breusch-Pagan* (BP) sebagai berikut :

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) f^t Z (Z^T Z)^{-1} Z^T f$$

Dengan elemen vektor f adalah $f_t = \left(\frac{e_t^2}{\sigma^2} - 1\right)$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

Z = matriks berukuran $n \times (k+1)$ berisi vektor yang sudah di normal standardkan untuk setiap observasi. Dengan kriteria keputusan tolak H_0 jika nilai $BP > X_{(a,k)}^2$ atau $p\text{-value} < \alpha$ yang artinya terjadi heteroskedastisitas dalam model (variansi berbeda antarlokasi).

2.7 Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR)

GWNBR merupakan metode dari Regresi Binomial Negatif yang dikembangkan dalam menduga data yang memiliki spasial heterogenitas untuk data cacah yang memiliki overdispersi. Hasil yang didapat dari model ini

merupakan estimasi parameter lokal dengan masing-masing lokasi akan memiliki parameter yang berbeda (Silva & Rodrigues dalam Rini, 2018).

$$y_i \sim BN(\mu_i, \theta_i)$$

Dengan :

$$\mu_i = \exp \left(\sum_k \beta_k(u_i, v_i) x_{ik}, \theta_i(u_i, v_i) \right)$$

Sehingga model GWNBR dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$y_i \sim BN \left[\exp \left(\sum_k \beta_k(u_i, v_i) x_{ik}, \theta_i(u_i, v_i) \right) \right]$$

Keterangan :

y_i = nilai pengamatan respon ke- i

x_{ik} = nilai pengamatan variabel prediktor ke- k pada pengamatan lokasi (u_i, v_i)

$\beta_k(u_i, v_i)$ = parameter regresi variabel prediktor ke- k untuk setiap lokasi

$\theta_i(u_i, v_i)$ = parameter disperse setiap lokasi (u_i, v_i)

(u_i, v_i) = lokasi(koordinat lintang dan bujur) dari titik lokasi ke- i

Dimana $y_i = 0, 1, 2, \dots$

$$i = j = 1, 2, \dots, n$$

$$k = 1, 2, \dots, p$$

Fungsi sebaran Binomial Negatif pada setiap lokasi dirumuskan sebagai berikut :

$$f(y_i | \mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \theta_i) = \frac{\Gamma(y_i + \theta_i^{-1})}{\Gamma(\theta_i^{-1}) y_i!} \left(\frac{1}{1 + \theta_i \mu_i} \right)^{\theta_i^{-1}} \left(\frac{\theta_i \mu_i}{1 + \theta_i \mu_i} \right)^{y_i} \sim BN(\mu_i, \theta_i)$$

Dimana

$$y_i = 0, 1, 2, \dots$$

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$$

$$\theta_i = \theta_i(u_i, v_i)$$

2.8 HIV/AIDS

Human Immunodeficiency Virus (HIV) secara fisiologis adalah virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh penderita. Penderita yang sudah terinfeksi HIV dapat mengalami stress yang berkepanjangan serta akan mempercepat menyebarnya AIDS. HIV menyerang salah satu jenis sel darah putih (limfosit /sel-sel T4) yang bertugas menangkal infeksi. Replikasi virus yang terus menerus mengakibatkan semakin berat kerusakan sistem kekebalan tubuh dan semakin rentan terhadap infeksi oportunistik (IO) sehingga akan berakhir dengan kematian. HIV dapat menyebabkan sistem imun mengalami beberapa kerusakan dan kehancuran, atau sistem kekebalan tubuh penderita menjadi lemah atau tidak memiliki kekuatan pada tubuhnya, maka pada saat inilah berbagai penyakit yang dibawa virus, kuman dan bakteri sangat mudah menyerang seseorang yang sudah terinfeksi HIV. Kemampuan HIV untuk tetap tersembunyi adalah yang menyebabkan virus ini tetap ada seumur hidup, bahkan dengan pengobatan yang efektif (Kemenkes RI, 2011)

Dampak epidemi HIV/AIDS tidak hanya terjadi pada aspek sosial ekonomi tetapi juga aspek kesehatan dan kesejahteraan keluarga. Dampak yang terjadi pada sektor sosial ekonomi meliputi 5 tahap. Tahap pertama merupakan fase penyebaran virus. Dalam fase ini banyak orang terinfeksi namun karena masa inkubasinya lama, maka banyak yang belum menderita sakit. Fase kedua adalah fase penyakit dan kematian. Pada fase ini penularan virus berjalan terus dan orang yang terinfeksi semakin banyak yang sakit dan meninggal dunia, yang akan mengakibatkan beban dari pelayanan kesehatan bertambah banyak. Fase ketiga yakni fase dampak terhadap keluarga yang ditinggalkan. Pada fase ini semakin banyak jumlah anak-anak, janda/duda, orang lanjut usia yang ditinggalkan tanpa jaminan untuk hidup mereka. Dalam kasus ini beban pelayanan sosial semakin berat. Fase keempat adalah dampak sosial dan ekonomi. Pada fase ini banyak tenaga kerja dan tentara yang berkurang jumlahnya. Disamping itu akan memberikan dampak buruk terhadap sektor produksi, sosial, keluarga dan masyarakat. Fase terakhir, fase kelima adalah dampak jangka panjang, yaitu keresahan di bidang sosial dan politik, bertambahnya kemiskinan, diintegrasikan sosial, keruntuhan aspirasi dan terganggunya perkembangan ekonomi.

Penyebaran infeksi HIV/AIDS menimbulkan rasa takut yang berlebihan dan akan melahirkan penolakan, prasangka, stigmatisasi, diskriminasi, dan pengucilan terhadap orang atau kelompok yang tertular HIV. Hal ini merupakan tantangan terhadap rasa solidaritas, keadilan, dan rasa kemanusiaan yang melanda

masyarakat. Sementara itu dalam sektor kesehatan penyebaran infeksi HIV akan berdampak pada meningkatnya pelayanan kesehatan secara cepat. Pengeluaran untuk pelayanan penderita AIDS akan bertambah baik secara absolut maupun relative terhadap biaya kesehatan secara keseluruhan. Apabila jumlah penderita telah mengalami peningkatan yang sangat cepat sehingga rumah sakit tidak mampu lagi menampung mereka, ini memaksa sektor kesehatan mengembangkan perawatan di luar rumah sakit misalny dalam bentuk rumah perawatan dalam masyarakat (community based care). Dalam sektor kesejahteraan keluarga dampak HIV/AIDS terlihat dari banyaknya wanita dan anak-anak yang menjadi korban penularan virus ini. Akibat penularan penyakit ini di Afrika dan Asia banyak wanita yang menjadi perawat bagi anggota keluarganya yang sakit dan bertanggung jawab untuk menyediakan makanan, bekerja di ladang dan membesarkan anak-anaknya. Study Global AIDS Policy Coalition (1995) memperkirakan bahwa pada tahun 1995 ada sekitar 3,7 juta anak yatim piatu di Afrika karena wabah AIDS ini. Tahun 2000 diperkirakan akan mencapai 10 juta anak. Dalam situasi seperti ini tanggung jawab dan pemeliharaan anak kemudian berpindah pada kakek dan nenek yang lanjut usia dan kurang mampu sehingga banyak anak-anak hidup terlantar. Sementara itu yang juga memprihatinkan adalah nasib para janda dari penderita AIDS. Mereka sering tidak dapat warisan tanah atau kekayaan suaminya dan terpaksa “terjun” ke lembah hitam sebagai pekerja seks komersial atau menjadi pengemis untuk mempertahankan hidupnya. Pada level keluarga, kepala keluarga biasanya pria dewasa yang menderita

penyakit AIDS biasanya mengalami penurunan penghasilan secara drastis yang berakibat terhadap pengurangan gizi anak dan isterinya (keluarga) serta memiliki kemampuan ekonomi yang terbatas untuk keperluan membayar sekolah anak-anak, biaya kesehatan ataupun biaya investasi dan produksi. Pelayanan medis penyakit AIDS memang merupakan persoalan yang serius di bidang ekonomi. Hanya para penderita yang secara ekonomi mampu, yang akan mendapatkan pelayanan memadai. Sebagian besar penderita yang umumnya penduduk di negara dunia ketiga atau negara miskin harus menyerah terkapar dan mati secara mengenaskan. Belum lagi umumnya para penderita merupakan kelompok berusia produktif (Iriana, 2005).

