

Estimasi Parameter Model Regresi Linier Menggunakan Metode Bayessian Dengan Distribusi Prior Non-Informatif Dan Konjugat Untuk Pemodelan Faktor Kemiskinan Di Jawa Barat

Oleh: Muhamad Febri Rinanda
Universitas Muhammadiyah Semarang

Article history	Abstract
Submission : Revised : Accepted :	<i>Poverty is still a major problem for some countries, including Indonesia. The government has made various efforts to overcome the problem of poverty, but poverty still occurs in many regions including West Java. Therefore, it is necessary to know what causes poverty to occur. To find out what factors cause poverty, it is necessary to carry out linear regression analysis, also use the Bayesian method with the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) technique in the WinBUGS program in estimating its parameters. The Bayesian method is better at providing predictions when compared to the classical method. Because the Bayes method considers the information from the previous distribution (prior). The object of research is the poverty line in districts and cities in West Java Province in 2019. Based on the results, significant variables are obtained on the poverty line, namely the poverty depth index (X2), Human Development Index (X4), GRDP at constant prices (X5). and the parameter with the smallest error value is obtained using the conjugate prior with the estimated value of the interval from an average of 10000 iterations, namely $16.88 \leq \beta_0 \leq 18.47$, $3.545 \leq \beta_2 \leq 4.697$, $-0.2087 \leq \beta_4 \leq -0.17775$, $-2.264 \cdot 10^{-8} \leq \beta_5 \leq 1.019 \cdot 10^{-9}$.</i>
Keyword: <i>Bayessian, Poverty, Regression Linier</i>	

PENDAHULUAN

Kemiskinan masih menjadi masalah besar bagi sebagian negara di dunia termasuk Indonesia. Kemiskinan dipahami dalam berbagai cara, pemahaman utamanya mencakup Gambaran kekurangan materi, yang biasanya mencakup kebutuhan sehari-hari seperti makanan, tempat berlindung, pendidikan, pakaian, dan kesehatan. Kemiskinan dapat disebabkan oleh kurangnya alat pemenuh kebutuhan dasar, ataupun sulitnya akses terhadap pendidikan dan pekerjaan. Dalam hal ini kemiskinan dipahami sebagai situasi kelangkaan barang-barang dan pelayanan dasar. Gambaran tentang kebutuhan sosial, termasuk keterkucilan sosial, ketergantungan, dan ketidakmampuan untuk berpartisipasi dalam masyarakat.

Pemecahan masalah kemiskinan tentunya memerlukan langkah-langkah yang tepat khususnya bagi pemerintah dan juga

tentunya merupakan tanggung jawab bersama bagi pemerintah dan masyarakat. Menurut Badan pusat statistik (BPS) jumlah penduduk miskin Provinsi Jawa Barat pada bulan Maret 2020 sekitar 7,88% dari jumlah total penduduk berjumlah 49.935.858 jiwa, yang berarti ada sekitar 3.934.946 penduduk miskin yang ada di perkotaan maupun pedesaan Provinsi Jawa Barat, jumlah ini mengalami peningkatan sekitar 544,3 ribu jiwa (1,06 persen) dibandingkan data hingga September 2019, dimana saat itu tingkat kemiskinan mencapai 3,38 juta jiwa (6,82 persen). Sebenarnya presentase kemiskinan di Jawa Barat menurun setiap periodenya terhitung dari tahun 2014 hingga September 2019. Hanya saja imbas dari adanya pandemi Covid-19 jumlah masyarakat miskin baru kembali meningkat di periode Maret 2020.

Risiko peningkatan angka kemiskinan yang masif juga masih menghantui Indonesia. Hal ini lantaran banyak orang berada nyaris di ambang batas

garis kemiskinan dan rentan miskin. Bantuan sosial yang lebih luas diperlukan guna menopang kesejahteraan masyarakat. Center of Reform on Economics (CORE) mencatat, jumlah penduduk rentan miskin dan hampir miskin mencapai 66,7 juta jiwa. Ini setara 25 % dari total penduduk, atau lebih dari 2,5 kali lipat jumlah penduduk yang berada di bawah garis kemiskinan, angka kemiskinan ini dapat disebabkan oleh beberapa faktor diantaranya keberhasilan dalam mengendalikan harga kebutuhan pokok dan faktor Pendapatan Domestik Regional Bruto (PDRB).

Muttaqien (2006) mengungkapkan, bahwa kemiskinan menyebabkan efek yang hampir sama di semua negara. Diantaranya kemiskinan dapat menyebabkan Hilangnya kesejahteraan bagi kalangan miskin, hilangnya hak akan pendidikan, hilangnya hak akan kesehatan, tersingkirnya dari pekerjaan yang layak secara kemanusiaan, hilangnya hak atas rasa aman, hilangnya hak atas partisipasi terhadap pemerintah dan keputusan publik, hilangnya hak atas psikis, hilangnya hak untuk berinovasi, dan hilangnya hak atas kebebasan hidup. Beberapa penelitian tentang faktor perekonomian telah dilakukan oleh Yudoyono (2012) untuk memodelkan pembangunan pertanian dan pedesaan sebagai upaya mengatasi kemiskinan dan pengangguran menggunakan sistem persamaan simultan.

LANDASAN TEORI

Analisis Regresi

Analisis regresi adalah teknik analisis yang mempelajari bentuk hubungan antara satu atau lebih peubah yang mendukung sebab akibat. Analisis regresi berguna untuk mendapatkan hubungan fungsional antara dua variabel atau lebih. Selain itu analisis regresi berguna untuk mendapatkan pengaruh antar variabel prediktor terhadap variabel responnya atau meramalkan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel responnya (Usman & Akbar, 2006).

Supranto (1994) menyatakan bahwa hubungan fungsi antara variabel X (variabel bebas) dan Y (variabel terikat) tidak selalu

bersifat linier, akan tetapi bisa juga nonlinier. Diagram pencar dari hubungan yang linier akan menunjukkan suatu pola yang dapat didekati dengan garis lurus, sedangkan yang bukan linier harus didekati dengan garis lengkung. Analisis regresi linier dapat dibedakan menjadi dua, yaitu:

Analisis regresi sederhana, yang mempelajari ketergantungan satu variabel tak bebas hanya pada satu variabel bebas. Adapun model regresi sederhananya adalah:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \text{ dimana } i = 1, 2, 3 \dots n$$

dengan:

y_i = variabel terikat (dependent variable).

x_i = variabel bebas (independent variable).

β_0 = parameter konstanta/ intersep regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi.

β_1 = parameter konstanta/ intersep regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi.

ε = variabel galat/kesalahan regresi, dengan $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2)$.

Analisis regresi berganda atau regresi lebih dari dua variabel, yang mempelajari ketergantungan suatu variabel terikat pada lebih dari satu variabel bebas. Adapun model regresi bergandanya adalah :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \text{ dimana } i = 1, 2, 3 \dots n$$

dengan:

y_i = variabel terikat (dependent variable).

x_i = variabel bebas (independent variable).

β_0 = parameter konstanta/ intersep regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi.

β_1 = parameter konstanta/ intersep regresi yang tidak diketahui nilainya dan akan diestimasi.

ε = variabel galat/kesalahan regresi, dengan $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2)$.

k = banyaknya variabel bebas

Estimasi Parameter

Dalam ilmu statistika terdapat dua metode dalam megestimasi parameter, yaitu metode klasik dan metode Bayesian. Pada metode klasik, dalam mengestimasi parameternya digunakan data sampel sebagai objek observasi dan mengabaikan distribusi

awal sampel (*prior*), sedangkan apabila data observasi merupakan kombinasi dari data sampel dan distribusi awal sampel, maka disebut metode Bayesian. Estimasi parameter terbagi menjadi estimasi titik (*point estimation*) dan estimasi selang (*interval estimation*). Dalam perspektif Bayesian, estimasi titik parameter diperoleh dari mean dan median posterior. Hasan (2001) menyebutkan bahwa pendugaan merupakan proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga atau menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui. Pendugaan merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan populasi dari sampel dalam hal ini sampel random yang diambil dari populasi yang bersangkutan. Jadi dengan pendugaan ini, keadaan parameter populasi dapat diketahui. Menurut Yitnosumarto (1990 : 211-212), penduga (estimator) adalah anggota peubah acak dari statistik yang mungkin untuk sebuah parameter (anggota peubah diturunkan). Besaran sebagai hasil penerapan penduga terhadap data dari semua contoh disebut nilai duga.

Metode Bayessian

Menurut Robert dan Casella (2005) bahwa metode Bayesian banyak digunakan untuk menganalisis model statistika yang tergolong kompleks. Data observasi telah diyakini mempunyai suatu distribusi dengan parameter-parameter yang bersifat tidak pasti. Konsep tersebut didasari bahwa observasi pada saat ini merupakan observasi yang dapat dilakukan pada waktu yang berbeda dan cenderung mempunyai parameter yang tidak selalu sama dengan apa yang diperoleh dari observasi lainnya. Oleh sebab itu, suatu parameter distribusi akan mempunyai suatu distribusi *prior*.

Misalkan diberikan data observasi $y = (y_1, y_2, \dots, y_3)^T$ mempunyai distribusi tertentu dengan himpunan parameter $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T$ yang merupakan variable random. Kemudian dalam metode Bayesian data observasi y serta distribusinya digunakan untuk membangun fungsi likelihood $\rho(y|\theta)$. Fungsi likelihood ini memegang peranan

penting untuk memperbaharui informasi prior $\rho(\theta)$ menjadi distribusi posterior. Misalkan distribusi prior untuk himpunan parameter θ , ditulis $\rho(\theta|\eta)$ dimana η merupakan hyperparameter sebagai parameter presisi. Oleh sebab itu, dapat dituliskan distribusi posterior untuk himpunan parameter θ dengan

$$\rho(\theta|y, \eta) = \frac{\rho(y|\theta)\rho(\theta|\eta)}{\int \rho(y|\theta)\rho(\theta|\eta)d\theta}$$

karena $\int \rho(y|\theta)\rho(\theta|\eta) d\theta$ merupakan konstanta densitas maka persamaan dapat ditulis dalam bentuk proporsional dengan

$$\rho(\theta|y, \eta) \propto \rho(y|\theta)\rho(\theta|\eta)$$

Berdasarkan persamaan diatas dinyatakan bahwa perkalian antara likelihood dengan distribusi prior menghasilkan distribusi posterior.

Distribusi Normal

Distribusi Normal atau disebut distribusi Gauss mempunyai fungsi sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$



Gambar 1. Grafik Distribusi Normal

Distribusi normal mempunyai nilai rata-rata μ dan variansi σ^2 . Grafiknya berbentuk genta yang simetris. Peubah acak yang berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan simpangan baku σ disingkat dengan lambang $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$

Distribusi Prior

Memilih distribusi prior $g(\theta)$ merupakan permasalahan utama dalam pendekatan bayes, distribusi prior $g(\theta)$ ini menunjukkan ketidakpastian tentang parameter θ yang tidak diketahui. Distribusi prior dapat dipilih melalui data masa lalu yang telah ada dan distribusi prior ini bisa disebut dengan distribusi prior (*data based*), jika data masa lalu tidak tersedia. Distribusi prior dipilih berdasarkan kepercayaan

peneliti, dan distribus prior jenis ini disebut (*non data based*).

Untuk pengelompokkan distribusi prior dapat dilihat dari berbagai sudut pandang seperti :

- a. Distribusi prior sekawan (*conjugate prior*) mengaju pada acuan analitis model terutama dalam pembentukan fungsi likelihoodnya. Sehingga dalam menentukan prior sekawan selalu dipikirkan mengenai penentuan pola distribusi prior yang mempunyai bentuk sekawan dengan fungsi densitas pembangun fungsi likelihoodnya.
- b. Distribusi prior tidak sekawan (*non conjugate prior*) apabila pemberian prior pada suatu model tidak mengindahkan pola pembentuk likelihoodnya.

Penentuan masing-masing parameter pada distribusi prior tersebut dapat juga dikelompokkan menjadi :

- a. Distribusi prior *informatif*, yaitu distribusi yang mengacu pada pemberian parameter dari distribusi prior yang telah dipilih baik prior yang dipilih sekawan atau tidak pemberian nilai parameter pada distribusi prior ini akan sangat mempengaruhi bentuk distribusi posterior yang akan di dapat pada informasi data yang akan diperoleh.
- b. Distribusi prior *noninformative*, distribusi yang pilihannya tidak didasarkan pada data yang ada atau prior yang tidak mengandung informatif tentang θ . *Prior Jeffrey* adalah pendekatan dari non informatif untuk 1 parameter.

Distribusi Posterior

Distribusi ini berkaitan dengan penentuan masing-masing parameter pada pola distribusi prior tersebut. Distribusi prior informatif mengacu pada pemberian parameter dari distribusi prior yang telah dipilih. Baik prior yang dipilih sekawan maupun tidak, pemberian nilai parameter pada distribusi prior ini akan sangat mempengaruhi bentuk distribusi posterior yang akan di dapatkan pada informasi data yang diperoleh. Untuk mendapatkan distribusi posterior dari β , distribusi bersama

dari p dan sampel yang akan diambil harus dihitung terlebih dahulu.

Distribusi posterior untuk θ , jika pengamatan y telah diambil merupakan gabungan dari informasi prior dan informasi data yang ditulis $h(y|\theta)$ sehingga :

$$h(y|\theta) = \frac{\rho(y|\theta)}{\int \rho(y|\theta)d\theta} = \frac{\rho(\theta) \rho(y|\theta)}{\int \rho(\theta)\rho(y|\theta)d\theta}$$

Distribusi Posterior adalah distribusi prior yang disesuaikan dengan informasi sampel. Secara umum distribusi posterior dirumuskan sebagai berikut (Bain and Engelhardt :1992)

$$f_{\theta|x}(\theta) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) \rho(\theta)}{\int f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) \rho(\theta) d\theta}$$

Distribusi $f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) \rho(\theta)$ merupakan fungsi likelihood dari θ dan $\rho(\theta)$ merupakan distribusi *prior* dari θ sehingga dapat ditulis :

$$\text{Posterior} = \frac{(\text{likelihood})(\text{distribusi prior})}{\int f(\text{likelihood})(\text{distribusi prior})}$$

Estimasi Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Menurut Ntzoufras (2009) bahwa MCMC merupakan metode estimasi parameter model dengan menggunakan teknik simulasi numerik dalam menyelesaikan masalah pemodelan yang kompleks. MCMC bekerja secara iteratif dengan membangkitkan setiap parameter model dengan menggunakan metode MC pada setiap iterasinya. Implementasi MCMC memerlukan kemampuan komputasi tingkat tinggi karena proses MCMC harus mampu mempresentasikan proses analitis dalam mendapatkan solusi.

1. Menentukan nilai awal.
2. Membangkitkan sampel dengan menjalankan iterasi sebanyak J.
3. Mengamati kondisi konvergenitas data sampel. Artinya jika kondisi konvergen belum tercapai maka diperlukan sampel lebih banyak lagi.
4. Melakukan proses burn-in dengan membuang sebanyak J sampel pertama.
5. Membuat plot distribusi posterior.

6. Membuat ringkasan distribusi posterior (mean, median, standar deviasi, MC error, dan 95% interval credible).

Terdapat dua cara untuk mendiagnosis kekonvergenan dalam proses MCMC adalah sebagai berikut.

1. Trace plot: Jika trace plot sudah berada di zona yang sama selama proses iterasi maka konvergensi telah tercapai.
2. Evolusi ergodic mean: Jika ergodic mean sudah stabil setelah sejumlah iterasi maka proses iterasi telah mencapai konvergen.

Dalam metode MCMC dikenal metode *Gibbs Sampling*. *Gibbs Sampling* merupakan metode yang digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter model dengan cara membangkitkan parameter model melalui iterasi. Menurut Congdon (2006) bahwa untuk menggunakan metode *Gibbs Sampling* dibutuhkan FCD setiap parameter model yang bersifat *closed form*.

Distribusi posterior yang ditetapkan melalui distribusi likelihood dan distribusi prior, digunakan metode MCMC untuk melakukan penarikan sampel melalui algoritma Gibbs Sampling (Congdon, 2006). Misalkan $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ adalah vektor parameter. Algoritma Gibbs Sampling adalah sebagai berikut.

1. Inisialisasi $\theta = (\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \theta_3^{(0)}, \dots, \theta_n^{(0)})$
2. Pengambilan sampel parameter
Ambil sampel $\theta_1^{(j)}$ dari $\rho(\theta_1 | \theta_2^{(j-1)}, \theta_3^{(j-1)}, \dots, \theta_n^{(j-1)})$
Ambil sampel $\theta_2^{(j)}$ dari $\rho(\theta_2 | \theta_1^{(j)}, \theta_3^{(j-1)}, \dots, \theta_n^{(j-1)})$
:
Ambil sampel $\theta_n^{(j)}$ dari $\rho(\theta_n | \theta_1^{(j)}, \theta_2^{(j)}, \dots, \theta_{n-1}^{(j)})$
3. Ulangi langkah 2 sebanyak iterasi yang diinginkan.

Perlu diketahui bahwa proses iterasi pembangkitan data parameter terjadi pada Langkah 2 dan apabila telah mencapai

konvergen maka dihasilkan satu sampel sebanyak n nilai parameter dari distribusi posterior bersama $\rho(\theta|x)$ yang dikenal sebagai full conditional. Langkah 3 menghasilkan barisan sampel random.

Tingkat Kemiskinan

Garis kemiskinan atau batas kemiskinan adalah tingkat minimum pendapatan yang dianggap perlu dipenuhi untuk memperoleh standar hidup yang mencukupi di suatu negara. Dalam praktiknya, pemahaman resmi atau umum masyarakat mengenai garis kemiskinan lebih tinggi di negara maju daripada di negara berkembang.

Hampir setiap masyarakat memiliki rakyat yang hidup dalam kemiskinan. Garis kemiskinan berguna sebagai perangkat ekonomi yang dapat digunakan untuk mengukur rakyat miskin dan mempertimbangkan pembaharuan sosio-ekonomi, misalnya seperti program peningkatan kesejahteraan dan asuransi pengangguran untuk menanggulangi kemiskinan.

Sjahroni (2016) dalam bukunya menuliskan, menurut World Bank penduduk miskin adalah kelompok penduduk yang jumlah pengeluarannya kurang dari 1 dollar per hari. Menurut Bappenas (2004) mendefinisikan kemiskinan sebagai kondisi dimana seseorang atau sekelompok orang, laki – laki dan perempuan, tidak mampu memenuhi hak-hak dasarnya untuk mempertahankan dan mengembangkan kehidupan yang bermartabat. Hak-hak dasar masyarakat desa antara lain, terpenuhinya kebutuhan pangan, kesehatan, pendidikan, pekerjaan, perumahan, air bersih, pertanahan, sumberdaya alam dan lingkungan hidup, rasa aman dari perlakuan atau ancaman tindak kekerasan dan hak untuk berpartisipasi dalam kehidupan sosial politik, baik bagi perempuan maupun laki – laki.

Sementara menurut Hagenaars dan vos (1997), kemiskinan berarti secara objektif memiliki lebih sedikit dari kebutuhan minimum absolut yang harus dipenuhi; kemiskinan adalah memiliki lebih sedikit

diabndingkan dengan orang lain dalam suatu masyarakat; kemiskinan adalah perasaan bahwa tidak memiliki kecukupan untuk dapat terus hidup (Sjahroni, 2016).

METODE PENELITIAN

Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari BPS Jawa Barat. Unit observasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah 27 Kabupaten/Kota di Jawa Barat,

Variabel Penelitian dan Struktur Data

Berdasarkan tujuan penelitian, landasan teori dan penelitian sebelumnya, serta ketersediaan data, maka variabel-variabel yang digunakan disajikan Dengan struktur data sebagai berikut :

Tabel 1. Struktur Data

Kabupaten /Kota	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	Y ₍₁₎	X ₁₍₁₎	X ₂₍₁₎	X ₃₍₁₎	X ₄₍₁₎	X ₅₍₁₎
2	Y ₍₂₎	X ₁₍₂₎	X ₂₍₂₎	X ₃₍₂₎	X ₄₍₂₎	X ₅₍₂₎
3	Y ₍₃₎	X ₁₍₃₎	X ₂₍₃₎	X ₃₍₃₎	X ₄₍₃₎	X ₅₍₃₎
:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:
27	Y ₍₂₇₎	X ₁₍₂₇₎	X ₂₍₂₇₎	X ₃₍₂₇₎	X ₄₍₂₇₎	X ₅₍₂₇₎

Tabel 2. Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
Y	Garis Kemiskinan
X ₁	Indeks Pengeluaran
X ₂	Indeks Kedalaman Kemiskinan
X ₃	Tingkat Pengangguran Terbuka
X ₄	Indeks Pembangunan Manusia
X ₅	PDRB Atas Dasar Harga Konstan

Definisi Variabel Operasional

Untuk menjaga keseragaman persepsi dalam penelitian ini maka digunakan beberapa definisi operasional menurut Badan Pusat Statistik adalah sebagai berikut :

- Garis Kemiskinan merupakan penjumlahan dari Garis Kemiskinan Makanan (GKM) dan Garis Kemiskinan

Non Makanan (GKNM). Penduduk yang memiliki rata-rata pengeluaran perkapita per bulan dibawah Garis Kemiskinan dikategorikan sebagai penduduk miskin.

- Indeks Pengeluaran adalah biaya yang dikeluarkan untuk konsumsi semua anggota rumah tangga selama sebulan dibagi dengan banyaknya anggota rumah tangga yang telah disesuaikan dengan paritas daya beli.
- Indeks Kedalaman Kemiskinan (*Poverty Gap Index-P1*), merupakan ukuran rata-rata kesenjangan pengeluaran masing-masing penduduk miskin terhadap garis kemiskinan. Semakin tinggi nilai indeks, semakin jauh rata-rata pengeluaran penduduk dari garis kemiskinan.
- Tingkat Pengangguran Terbuka adalah persentase jumlah pengangguran terhadap jumlah angkatan kerja.
- Indeks Pembangunan Manusia menjelaskan bagaimana penduduk dapat mengakses hasil pembangunan dalam memperoleh pendapatan, kesehatan, pendidikan, dan sebagainya.
- Domestik/regional disini dapat merupakan Propinsi atau Daerah Kabupaten/Kota. Transaksi Ekonomi yang akan dihitung adalah transaksi yang terjadi di wilayah domestik suatu daerah tanpa memperhatikan apakah transaksi dilakukan oleh masyarakat (*residen*) dari daerah tersebut atau masyarakat lain (*non-residen*).

Langkah Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian dan hubungan antara variabel, maka langkah yang dilakukan untuk mengestimasi parameter pada model regresi linier dengan metode Bayessian adalah sebagai berikut :

- Membentuk model regresi dengan OLS
- Membentuk fungsi likelihood dari distribusi sampel yang berdistribusi normal dengan cara mengalikan fungsi kepadatan peluangnya $f(Y_i; \beta, \sigma^2)$
- Membentuk distribusi *prior* dari parameter β dan σ^2 .

4. Membentuk distribusi posterior dari parameter β dan σ^2 dari perkalian antara likelihood dengan *prior*.
5. Menginput data dari sampel.
6. Mensimulasikan dengan MCMC menggunakan algoritma *Gibbs Sampling*.
7. Uji signifikansi parameter yang telah diperoleh.
8. Uji kelayakan parameter yang telah diperoleh pada program WinBUGS.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis Deskriptif

Analisis deskriptif ini digunakan untuk mengetahui informasi umum mengenai data kemiskinan di beberapa Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Barat tahun 2019. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari BPS Jawa Barat. Variabel respon yang digunakan adalah variabel garis kemiskinan (Y), sedangkan variabel bebasnya didasarkan pada 5 variabel yaitu indeks pengeluaran (X1), Variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5). Hasil analisis deskriptif menggunakan program R disajikan dalam tabel 3.

Tabel 3. Deskriptif Data

Variabel	Mean	Standar Deviasi	Min	Max
Y	7.407	2.536313	2.07	11.6
X1	72.25	6.022594	63.67	86.8
X2	0.9822	0.4035642	0.24	1.98
X3	7.794	1.671253	4.37	10.28
X4	71.64	4.757021	65.38	81.62
X5	41288090	25407367	20683161	115360915

Berdasarkan Tabel 3 dapat disimpulkan bahwa variabel garis kemiskinan (Y) di Jawa Barat tahun 2019 rata-ratanya berada di angka 7.407. Variabel indeks pengeluaran (X1) di Jawa Barat tahun 2019 rata-ratanya berada di angka 72.25. Variabel

Indeks Kedalaman kemiskinan (X2) di Jawa Barat tahun 2019 rata-ratanya berada di angka 0.9822. Variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3) di Jawa Barat tahun 2019 rata-ratanya berada di angka 7.794. Indeks Pembangunan Manusia (X4) di Jawa Barat tahun 2019 rata-ratanya berada di angka 71.64. PDRB atas dasar harga konstan (X5) di Jawa Barat tahun 2019 rata-ratanya berada di angka 41288090.

Pendugaan Parameter OLS dengan R

Disajikan hasil pendugaan parameter dengan Ordinary Least square (OLS) dengan menggunakan program R dalam tabel 4.

Tabel 4 Parameter OLS dengan R

Parameter	Koefisien	Simpangan Baku
β_0	17.65	4.042
β_1	-0.0094	0.08173
β_2	3.957	0.5487
β_3	0.155	0.1297
β_4	-0.1963	0.1002
β_5	-1.448×10^{-8}	9.724×10^{-9}

Berdasarkan tabel hasil pendugaan parameter model regresi dengan OLS dihasilkan $\hat{Y} = 17.65 - 0.0094 X_1 + 3.957 X_2 + 0.155 X_3 - 0.1963 X_4 - 1.448 \times 10^{-8} X_5$. Nilai mean dan varians dari distribusi prior β bisa diambil dari hasil estimate dan standar error metode klasik (OLS).

Hasil Estimasi Parameter menggunakan Distribusi Prior Konjugat.

Berikut adalah hasil pendugaan parameter dengan MCMC disajikan pada tabel 5

Tabel 5 Hasil estimasi prior konjugat

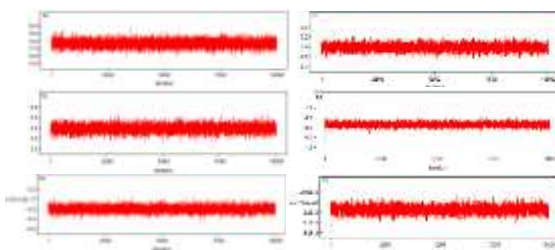
Parameter	Mean	SD Error	MC error
β_0	17.65	0.4935	0.005484
β_1	-0.008222	0.06494	7.3338×10^{-4}
β_2	3.955	0.3642	0.003593
β_3	0.1551	0.101	0.001069
β_4	-0.1974	0.06322	7.059×10^{-4}
β_5	-1.448×10^{-8}	7.386×10^{-9}	8.272×10^{-11}

Tabel 6. Interval kepercayaan Konjugat

Interval Kepercayaan	
Persentil 5%	Persentil 95%
16.85	18.46
-0.1153	0.09742
3.355	4.547
-0.01095	0.3185
-0.2999	-0.9332
-2.649×10^{-8}	-2.235×10^{-9}

Pada tabel 5 mean dan *standar deviation* adalah rata-rata dan simpangan baku dari iterasi sampel-sampel acak pada parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$. Nilai rata-rata tersebut merupakan hasil estimasi parameter untuk parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$. Sedangkan untuk Monte Carlo Error (MC error) adalah ukuran variabilitas setiap estimasi dalam simulasi. Berdasarkan tabel 5 dan 6 estimasi menggunakan prior konjugat terlihat bahwa parameter $\beta_0, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ tidak memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95%, artinya variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5) berpengaruh secara signifikan terhadap variabel Garis Kemiskinan (Y). Sedangkan parameter β_1, β_3 memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95%, artinya variabel indeks pengeluaran (X1), dan variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel garis kemiskinan (Y).

Dalam melihat kekonvergenan parameter juga bisa dilihat melalui time series, disajikan dalam gambar 2

**Gambar 2.** Time series dengan konjugat

Untuk data koefisien β_0 memiliki interval antara 16,85 sampai 18,46 dengan konvergen pada mean = 17,65. Untuk data koefisien β_1 memiliki interval antara -0,1153

sampai 0,09742 dengan konvergen pada mean = -0,008222. Untuk data koefisien β_2 memiliki interval antara 3,355 sampai 4,547 dengan konvergen pada mean = 3,955. Untuk data koefisien β_3 memiliki interval antara -0,01095 sampai 0,3185 dengan konvergen pada mean = 0,1551. Untuk data koefisien β_4 memiliki interval antara -0,2999 sampai -0,9332 dengan konvergen pada mean = -0,1974. Untuk data koefisien β_5 memiliki interval antara $-2,649 \times 10^{-8}$ sampai $-2,235 \times 10^{-9}$ dengan konvergen pada mean = $-1,448 \times 10^{-8}$.

Setelah diketahui parameter mana yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon, maka selanjutnya mencari model regresi baru dengan cara menghilangkan variabel yang tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon, yaitu variabel indeks pengeluaran (X1), dan variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3). Sama seperti sebelumnya, jumlah iterasi yang dilakukan yaitu sebanyak 10000 iterasi. Hasil estimasi parameter baru dengan distribusi prior konjugat dapat dilihat dalam tabel 7.

Tabel 7 Estimasi parameter baru prior konjugat

Parameter	Mean	SD Error	MC error
β_0	17.69	0.4825	0.00476
β_2	4.118	0.354	0.003385
β_4	-0.1932	0.009394	0.00008671
β_5	-1.184×10^{-8}	6.599×10^{-9}	6.117×10^{-11}

Tabel 8 Interval kepercayaan baru konjugat

Interval Kepercayaan	
Persentil 5%	Persentil 95%
16.88	18.47
3.545	4.697
-0.2087	-0.17775
-2.264×10^{-8}	-1.019×10^{-9}

Untuk data koefisien β_0 memiliki interval antara 16,88 sampai 18,47 dengan konvergen pada mean = 17,69, Untuk data koefisien β_2 memiliki interval antara 3,545 sampai 4,697 dengan konvergen pada mean = 4,118, Untuk data koefisien β_4 memiliki interval antara -0,2087

sampai -0,17775 dengan konvergen pada $mean = -0.1932$, Untuk data koefisien β_5 memiliki interval antara -2.264×10^{-8} sampai -1.019×10^{-9} dengan konvergen pada $mean = -1.184 \times 10^{-8}$.

Estimasi Parameter menggunakan Prior Non-Informatif

Selain melakukan estimasi parameter dengan *prior* konjugat, dilakukan juga estimasi parameter pada model regresi dengan *prior* non-informatif. Berikut adalah hasil pendugaan parameter dengan menggunakan pendekatan Bayes MCMC *prior* non-informatif dapat dilihat dari tabel 9.

Tabel 9 Hasil estimasi prior non-informatif

Parameter	Mean	SD Error	MC error
β_0	17.66	4.368	0.04354
β_1	-0.007941	0.08748	0.0009444
β_2	3.955	0.5957	0.006015
β_3	0.1548	0.14	0.001591
β_4	-0.1979	0.1071	0.001201
β_5	-1.445×10^{-8}	1.038×10^{-8}	1.047×10^{-10}

Tabel 10. Interval kepercayaan non-informatif

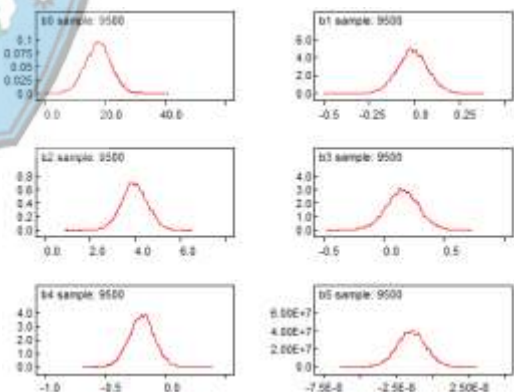
Interval Kepercayaan	
Persentil 5%	Persentil 95%
10.57	24.76
-0.1497	0.1354
2.985	4.938
-0.07551	0.3824
-0.3716	-0.02401
-3.15×10^{-8}	2.464×10^{-9}

Berdasarkan tabel 9 terlihat parameter $\beta_0, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ dengan menggunakan estimasi prior Non-Informatif juga tidak memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95%, yang artinya sama dengan estimasi menggunakan *prior* konjugat. Variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5) berpengaruh secara signifikan terhadap variabel Garis Kemiskinan (Y). Sedangkan parameter β_1, β_3 memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95%, artinya variabel indeks pengeluaran (X1), dan variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3) tidak berpengaruh

secara signifikan terhadap variabel garis kemiskinan (Y). Dalam mengestimasi parameter menggunakan *prior* non-informatif dapat dilihat nilai MC error nya, jika lebih besar dibandingkan dengan menggunakan *prior* konjugat itu berarti estimasi dengan menggunakan *prior* konjugat lebih baik dalam mengestimasi parameter model regresi.

Berdasarkan tabel 10, estimasi dengan *prior* non-informatif terlihat bahwa parameter $\beta_0, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ juga tidak memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95%, artinya variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5) berpengaruh secara signifikan terhadap variabel Garis Kemiskinan (Y). Sedangkan parameter β_1, β_3 juga memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95%, artinya variabel indeks pengeluaran (X1), dan variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel garis kemiskinan (Y).

untuk sebaran posterior dengan *prior* non-informatif dapat dilihat pada output *Kernel Density* berikut :



Gambar 3. *Kernel Density* prior non-informatif

Pada gambar 3 tersebut terlihat bahwa sebaran posterior yang terbentuk untuk parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ berbentuk menyerupai sebaran normal. Untuk mencari nilai estimasi parameter terbaru dilakukan langkah yang sama yaitu dengan melakukan iterasi sebanyak 10000. Setelah diketahui juga parameter mana yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon, maka selanjutnya mencari model regresi

baru dengan cara menghilangkan variabel yang tidak berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon, yaitu variabel indeks pengeluaran (X1), dan variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3). Hasil estimasi parameter baru dengan distribusi prior non-informatif dapat dilihat dalam tabel 11.

Tabel 11. Estimasi baru prior non-informatif

Parameter	Mean	SD Error	MC error
β_0	19.07	4.064	0.04602
β_2	4.015	0.5709	0.00658
β_4	-0.2118	0.5481	0,0006117
β_5	-1.057×10^{-8}	9.197×10^{-9}	1.089×10^{-10}

Tabel 12. Interval kepercayaan baru non-informatif

Interval Kepercayaan	
Persentil 5%	Persentil 95%
12.45	25.76
3.081	4.963
-0.3014	-0.1223
-2.575×10^{-8}	4.566×10^{-9}

Berdasarkan Tabel 12 dapat dilihat bahwa parameter $\beta_0, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ tidak memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95% yang berarti variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5) berpengaruh secara signifikan terhadap variabel Garis Kemiskinan (Y).

Pada Tabel 7 dan 11, nilai Mc error pada parameter $\beta_0, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ lebih kecil 5% dari Standar Deviasi, maka H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa masing-masing dari parameter yang diperoleh dari metode Bayessian pada WinBUGS sudah baik.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Diperoleh parameter model regresi yaitu variabel Garis Kemiskinan (Y), variabel

indeks pengeluaran (X1), variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (X3), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5), dengan estimasi menggunakan pendekatan Bayessian dengan distribusi Prior Konjugat dan Prior Non-Informatif Jeffreys.

2. Berdasarkan Uji signifikansi parameter dengan Metode Bayessian menggunakan distribusi Prior Konjugat diperoleh parameter $\beta_0, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ yang tidak memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95% dan berarti variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5) berpengaruh secara signifikan terhadap variabel Garis Kemiskinan (Y).
3. Berdasarkan Uji signifikansi parameter dengan Metode Bayessian menggunakan distribusi Prior Non-Informatif diperoleh juga parameter $\beta_0, \beta_2, \beta_4, \beta_5$ yang tidak memuat nilai nol pada persentil 5% dan 95% dan berarti variabel Indeks Kedalaman kemiskinan (X2), Indeks Pembangunan Manusia (X4), PDRB atas dasar harga Konstan (X5) berpengaruh secara signifikan terhadap variabel Garis Kemiskinan (Y).
4. Model estimasi parameter terbaiknya adalah dengan menggunakan distribusi Prior Konjugat dengan hasil $\hat{Y} = 17.69 + 4.118 X_2 - 0.1932 X_4 - 1.184 \times 10^{-8} X_5$. Dan diperoleh estimasi intervalnya yaitu $16.88 \leq \beta_0 \leq 18.47, 3.545 \leq \beta_2 \leq 4.697, -0.2087 \leq \beta_4 \leq -0.17775, -2.264 \times 10^{-8} \leq \beta_5 \leq 1.019 \times 10^{-9}$.

Saran

Untuk penelitian selanjutnya diharapkan dapat menganalisis parameter pada model OLS dengan menggunakan algoritma *Metropolis Hasting* untuk membangkitkan peubah acak dari sebaran tertentu dalam metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) . Penelitian selanjutnya juga dapat menggunakan distribusi lainnya dalam menganalisis parameter-parameter pada model regresi linier.

Daftar Pustaka

- A. Ali, N. A. Inglis, E. Prado and B. Wundervald, "Bayesian Linear Regression," Sao Paulo, 2018.
- A. M. Ainul, "Penerapan Model Analisis Regresi Linier Berganda dengan Pendekatan Bayesian pada Data Aset Bank di Indonesia," *Jurnal Keteknikan dan Sains (Juteks)*, vol. 1, no. 1, 2018.
- Box, George E.P and Tiao, George C. 1973. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. London: Addison-Wesley Publishing Company.
- BPS. (2019). Produk Domestik Regional Bruto Provinsi Jawa Barat. BPS Provinsi Jawa Barat.
- BPS. (2019). Survei Angkatan Kerja Nasional Provinsi Jawa Barat. BPS Provinsi Jawa Barat.
- BPS. (2019). Provinsi Jawa Barat dalam Angka. BPS Provinsi Jawa Barat.
- C. P. Robert, N. Chopin and J. Rousseau, "Harold Jeffreys's Theory of Probability Revisited," *Statistical Sciences*, vol. 24, no. 2, pp. 141-172, 2009.
- Chib, S. dan Greenberg, E. (1995), "Hierarchical Analysis of SUR Models with Extensions to Correlated Serial Errors and Time-Varying Parameter Models", *Journal of Econometrics*, Vol. 68, hal. 339-360.
- Congdon, P. (2006), *Bayesian Statistical Modeling*, Second Edition, John Wiley&Sons, Ltd. England.
- D. Sorensen and D. Gianola, Likelihood, Bayesian, and MCMC Methods in *Quantitative Genetics*, New York: Springer, 2002.
- E. N. Diana and S. , "Pendekatan Metode Bayesian untuk Kajian Estimasi Parameter Distribusi Log-Normal untuk Non-informatif Prior," *Jurnal Sains dan Seni ITS*, vol. V, no. 2, pp. 2337-3520, 2016.
- Ghosh M, Hoekstra RM. 1995. A.P.O. Rules in Hierarchical Bayes Regression Models. *Sequential Analysis: Design Methods and Applications*. 14(2): 99-115.
- Ng, V.M. (2002), "Robust Bayesian inference for seemingly unrelated regressions with elliptical errors", *Journal of Multivariate Analysis*, Vol. 83, hal. 409– 414.
- Ntzoufras, I. (2009), *Bayesian Modeling Using WinBUGS*, John Wiley&Sons, New Jersey.
- Percy, D.F. (1992), "Predictions for Seemingly Unrelated Regressions", *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 54, hal. 243-252.
- Pereira, F. 1999. *Practical Modern Bayesian Statistics In Actuarial Science*. General Insurance Convention
- S. D. Permai and H. Tanty, "Linear Regression Model Using Bayesian Approach for Energy Performance of Residential Building," in *3rd International Conference on Computer Science and Computational Intelligence 2018*, Jakarta, 2018.
- Seber, George A.F and Lee, Alan J. 2003. *Linear Regression Analysis*. Canada: Wiley interscience.
- Singh, B. dan Ullah, A. (1974). *Estimation of seemingly unrelated regressions with random coefficients*. *Journal of the American Statistical Association* 69 (345): 191-195.
- Tobler W., 1970. A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. *Economic Geography*, 46(2): 234-240.
- W. M. Boldstad, *Introduction to Bayesian Statistics*, New Jersey: Wiley, 2007.
- Zellner, A. (1989). Bayesian Inference in Econometric Models Using Monte Carlo Integration. *Journal of Econometrics* Vol 57 (No. 6), 1317 – 1339.