BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

Analisis runtun waktu dikenalkan pada tahun 1970 oleh Box dan Jenkins. Dasar pemikiran time series adalah pengamatan sekarang (Z_t) tergantung pada 1 atau beberapa pengamatan sebelumnya (Z_{t-k}). Menurut Box, dkk (1994) *time series* atau deret waktu merupakan sekelompok nilai-nilai pengamatan yang diperoleh pada waktu yang berbeda dengan selang waktu yang sama dan barisan data diasumsikan saling bebas satu sama lain. Sedangkan menurut Boediono dan Wayan (2004:131), data deret waktu atau *time series* adalah data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu untuk menggambarkan suatu perkembangan atau kecenderungan keadaan/peristiwa/kegiatan. Deret waktu dapat muncul dalam bermacam pola seperti pola stasioner, pola tidak stasioner, pola musiman, maupun pola tak musiman. Analisis deret waktu bertujuan untuk mendapatkan model yang sesuai dengan deret waktu yang diamati untuk selanjutnya digunakan sebagai model peramalan deret untuk waktu yang akan datang (Makridakis dkk, 1999).

Secara umum tahapan pemodelan data runtun waktu adalah (Aswi,2006) :

1. Identifikasi model
2. Estimasi Parameter
3. Verifikasi Model
4. Peramalan (*Forecasting)*

2.2 Peramalan

Menurut Supranto (1984), peramalan adalah memperkirakan sesuatu pada waktu-waktu yang akan datang berdasarkan data masa lampau yang dianalisis secara ilmiah, khususnya menggunakan metode statistika. Menurut Assauri (1993), peramalan merupakan seni dan ilmu dalam memprediksikan kejadian yang mungkin dihadapi pada masa yang akan datang. Masalah dalam peramalan biasanya dibagi kedalam tiga istilah. Istilah pendek, sedang, dan panjang dalam peramalan. Istilah pendek menyangkut kejadian yang hanya beberapa waktu periode (hari, minggu, dan bulan) kedepannya. Lalu istilah sedang artinya peramalannya secara luas dari satu sampai dua tahun kedepannya. Istilah panjang sendiri dalam masalah peramalan dapat diperluas menjadi dua tahun atau lebih (Shewhart and Wilks, 2008). Dengan metode peramalan yang tepat, hasil peramalannya dapat dipercaya ketetapannya. Oleh karena masing-masing metode peramalan berbeda-beda, maka penggunaannya harus hati-hati terutama dalam pemilihan metode dalam peramalan.

2.3 Stasioneritas

Tahapan awal sebelum melakukan peramalan adalah melakukan identifikasi model sementara. Identifikasi model sementara digunakan untuk menentukan apakah data deret waktu yang digunakan untuk peramalan sudah stasioner atau tidak. Stasioneritas dibagi menjadi dua yaitu stasioneritas terhadap rata-rata dan stasioneritas terhadap varians. Suatu data runtun waktu dikatakan stasioner apabila tidak ada perubahan kecenderungan dalam rata-rata dan perubahan varians. Data dapat dikatakan fluktuasi apabila berada pada sekitar nilai rata-rata yang konstan. Proses stasioner mempunyai nilai mean dan varians yang konstan serta autokovarians yang merupakan fungsi yang bergantung pada selisih waktu (Chatfield, 2004). Nilai mean, varians dan autokovarians secara matematis ditunjukkan sebagai berikut:

$$E(Z_t) = \mu,$$

$$var(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2,$$

$$\gamma_k = cov(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu),$$

Dimana

μ = nilai mean,

σ^2 = nilai varians,

γ_k = nilai kovarians dari Z_t dan Z_{t+k} (autokovarians).

Asumsi stasioneritas biasa digunakan dalam model deret waktu, baik dalam rata rata maupun dalam ragam atau varians. Maka dari itu diperlukan cara untuk mengatasi ketidakstasioneran dalam ragam maupun dalam rata rata, yiatu menggunakan transformasi Box-Cox dan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF).

2.3.1 Transformasi Box-Cox

Apabila data tidak stasioner pada varians atau ragamnya, maka dapat dilakukan transformasi Box-Cox. Secara umum, transformasi Box-Cox dapat dirumuskan sebagai berikut (Wei,2006):

$$T(Z_t) = \frac{Z_t^{\lambda}-1}{\lambda},$$

Dimana λ adalah sebuah parameter transformasi, yaitu:

Tabel 2.1 Transformasi Box Cox

λ	Transformasi Z_t
-1	$1/Z_t$
-0.5	$1/\sqrt{Z_t}$
0	ln Z_t
0.5	$\sqrt{Z_t}$
1	Z_t

Dilihat dari table 2.1 bahwa apabila λ=1, maka data tidak perlu ditransformasi.

2.3.2 Augmented Dickey-Fuller

Untuk melihat kestasioneran data terhadap rata rata dapat diuji dengan menggunakan uji ADF. Bisa dimisalkan pada persamaan regresi berikut:

$$\Delta Y_t = \phi X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta X_{t-j} + U_t$$

Diamana ϕ adalah koefisien, X_t adalah nilai variabel pada waktu ke-t , α adalah suatu konstanta, U_t adalah residual pada waktu t, $\phi = \sum_{j=1}^{p} \alpha - 1$ dan $\alpha_j^* \sum_{j=1}^{p} \alpha_j$. Uji statistic pada ADF berdasarkan pada t-statistik koefisien ϕ dari estimasi metode kuadrat terkecil biasa. Pada model ini hipotesis yang diuji adalah :

$H_0: \phi = 1$ (Terdapat akar unit atau data tidak stasioner)

$H_1: -1 < \phi < 1$ (Tidak terdapat akar unit atau data stasioner)

Statistika uji :

$$t = \frac{\hat{\phi}}{se(\phi)}$$

Taraf signifikan : α =5%

Kriteria pengujian :

Jika nilai t-statistik > nilai kritis 5% maka H_0 ditolak.

2.4 Fungsi Autokorelasi (ACF)

Fungsi Autokorelasi, ρ_k merupakan ukuran korelasi antara dua nilai X_t dan X_{t+k} dengan jarak k bagian atau disebut koefisien korelasi pada lag k. untuk X_t yang stasioner terdapat nilai rata rata $E(X_t)= \mu$ dan ragam Var $(X_t)=$ E $(X_t - \mu)^2 = \sigma^2$ adalah konstan. Autokovarian antara X_t dan X_{t+k} adalah sebagai berikut:

$$\gamma_k = \text{cov}(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)$$

Dan korelasi antara X_t dan X_{t+k} , adalah:

$$\rho_k = \text{cov}(X_t, X_{t+k}) = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{\text{var}(X_t)}\sqrt{\text{var}(X_{t+k})}}$$

Atau $\rho_k = \left(\frac{\gamma_k}{\gamma_0}\right)$ dimana var $\left(X_t\right)$ = var $\left(X_{t+k}\right) = \gamma_0$

Pada analisa deret berkala γ_k disebut sebagai fungsi autokovarian dan ρ_k disebut sebagai fungsi autokorelasi yang merupakan ukuran keeratan antara X_t dan X_{t+k} dari proses yang sama dan hanya di pisahkan oleh selak waktu ke-*k*. (Wei,1990:10).

Pada dasarnya fungsi autokorelasi tidak mungkin di hitung dari populasi, sehingga fungsi autokorelasi dihitung sesuai dengan sampel pengambilan data dan dirumuskan sebagai berikut (Wei, 1990:21)

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t-\bar{X})(X_{t+k}-\bar{X})}{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t-\bar{X})^2}, \quad k=0,1,2,..$$

Dengan

ρ_k = koefisien autokorelasi pada lag k

X_t = data pengamatan pada waktu ke-t

$\bar{X}$ = rata rata data pengamatan

Dimana $\bar{X} = \sum_{t=1}^{n} \frac{X_t}{n}$ adalah rata rata sampel.

Nilai ρ_k yang mendekati ± 1 mengindikasi adanya korelasi tinggi, sedangkan ρ_k yang mendekati nol akan mengindikasikan adanya hubungan yang lemah. ACF plot juga dipakai sebagai alat untuk mengidentifikasi kestasioneran data, jika ACF plot cenderung lambat atau menurun secara linier maka dapat disimpulkan data belum stasioner terhadap *mean*.

Menurut wei (1990:10) kondisi stasioner fungsi autokovarian dan autokorelasi dapat dinyatakan dengan syarat:

a. γ_0 = var ($\bar{X}$) dan $\rho_0 = 1$

b. $|\gamma_k| \leq \gamma_0$ dan $|\rho_k| \leq 1$

c. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$

2.5 Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Menurut Wei (1990:12) Plot Autokorelasi Parsial digunakan untuk mengukur tingkatan keeratan hubungan antara X_t dan X_{t+k} setelah dihilangkan pengaruh dependasi linier dalam variable $X_{t+1}, X_{t+2}, \ldots, X_{t+k-1}$, sehingga fungsi PACF dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\omega_{kk} = corr\,(X_{t+1}, X_{t+2}, \ldots, X_{t+k-1})$$

Nilai ω_{kk} dapat ditentukan melaui persamaan Yule Walker sebagai berikut (Box, 1994:65):

$$\rho_0 = \omega_{k1}\rho_{j-1} + \omega_{k2}\rho_{j-2} + \ldots\ldots\ldots + \omega_{kk}\rho_{j-k}, \quad j = 1,2,\ldots,k-1$$

Selanjutnya Levinson dan Durbin (Cryer, 1986:109), telah memperkenalkan metode yang lebih efisien untuk menyelesaikan persamaan Yule Walker adalah:

$$\omega_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \omega_{k-1,j}\rho_j}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \omega_{k-1,j}\rho_j}$$

Dimana $\omega_{kj} = \omega_{k-1,j} - \omega_{kk}\omega_{k-1,k-j}$ untuk $j=1,2,\ldots,k-1$.

Tabel 2.2 Pola ACF dan PACF

Model	ACF	PACF
AR(p)	*Dies down*	*Cuts off* setelah lag p
MA(q)	*Cut off* setelah lag p	*Dies down*
ARMA(p,q)	*Dies down*	*Dies down*

2.6 Model ARIMA

ARIMA sering juga disebut metode runtun waktu Box-Jenkins. ARIMA sangat baik ketepatannya untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatan peramalannya kurang baik. Biasanya akan cenderung flat (mendatar/konstan) untuk periode yang cukup panjang. Model *Autoregresif Integrated Moving Average* (ARIMA) adalah model yang secara penuh mengabaikan independen variabel dalam membuat peramalan. ARIMA menggunakan nilai masa lalu dan sekarang dari variabel dependen untuk menghasilkan peramalan jangka pendek yang akurat. ARIMA cocok jika observasi dari deret waktu (*time series*) secara statistik berhubungan satu sama lain (*dependent*). Proses pembetukan model ARIMA meliputi beberapa tahapan yaitu identifikasi, estimasi, cek diagnose dan peramalan. Tahapan identifikasi dilakukan dengan mengamati plot ACF dan PACF dari data yang kemudian digunakan untuk mendapatkan dugaan model ARIMA yang sesuai. Tahap selanjutkan melakukan estimasi dan uji signifikansi parameter apakah model dugaan sementara yang di estimasi cukup sesuai dengan data deret waktunya.

2.6.1 Identifikasi

Identifikasi model ARIMA (*p, d, q)* dilakukan setelah data stasioner. Jika data tidak dilakukan *differencing,* maka *d* bernilai 0 dan jika data menjadi stasioner setelah dilakukan *differencing* ke-1 maka *d* bernilai 1 dan seterusnya. Model ARIMA Box Jenkins mempunyai bentuk antara lain:

a. *Autoregressive* (AR)

Suatu persamaan linier dikatan sebagai *autoregressive model* apabila model tersebut menunjukan Z_t sebagai fugsi linier dari sejumlah Z_t actual kurun waktu sebelumnya bersama dengan kesalahan sekarang. Bentuk model dengan orde *p* atau AR(*p*) atau model ARIMA (*p*, 0, 0) secara umum adalah:

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + \cdots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + \alpha_t$$

Atau

$$\phi_p(B)\, \dot{Z}_t = \alpha_t$$

Dimana

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_p B - \cdots - \phi_p B^p$$

Dan

$$\dot{Z}_t = Z_t - \mu$$

Dengan

$\dot{Z}_t$= data deret waktu sebagai variabel respon pada waktu ke-*t*

$\dot{Z}_{t-1}$, $\dot{Z}_{t-2}$,… $\dot{Z}_{t-p}$ = data deret waktu ke *t*-1,…,*t-p*

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ = parameter parameter *autoregressive*

α_t = nilai kesalahan pada waktu ke –*t*

b. *Moving Average* (MA)

Berbeda dengan model AR yang ditunjukan Z_t sebagai fungsi linier dari sejumlah Z_t actual kurun waktu sebelumnya, *moving average* model menunjukan nilai Z_t berdasarkan kombinasi kesalahan linier masalalu (*Lag*). Bentuk model dengan orde q atau MA(q) atau model ARIMA (0, 0, q) secara umum adalah:

$$\dot{Z}_t = \alpha_t - \theta_1\alpha_{t-1} - \theta_2\alpha_{t-1} - \cdots - \theta_2\alpha_{t-q}$$

Atau

$$\dot{Z}_t = \theta_q(B)\alpha_t$$

Dimana

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_q(B) - \cdots - \theta_q B^q$$

dengan

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ = parameter parameter *moving average*

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{t-q}$ = nilai kesalahan pada kurun waktu ke-*t*, *t*-1, …, *t*-*q*

Terlihat dari model bahwa Z_t merupakan rata rata tertimbang kesalahan sebanayak q periode lalu yang digunakan untuk model MA. Jika pada suatu model digunakan dua kesalahan masa lalu maka dinamakan MA orde 2 atau MA (2)

c. *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Untuk mendapatkan model secara tepat meramalkan data runtun waktu, seringkali melibatkan perpaduan antara proses AR dan MA dalam satu model. Kombinasi kedua proses ini dikenal dengan ARMA. Bentuk model ini dengan orde (*p*, *q*) atau ARMA (*p*, *q*) atau model ARIMA (*p*, 0, *q)* secara umum adalah:

$\phi_p(B)\,\dot{Z}_t = \theta_q(B)\alpha_t$

d. *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

ARIMA merupakan model deret waktu dengan data yang stasioner melalui proses *differencing*. Jika data stasioner pada proses *differencing d* kali, dengan model dasar ARMA (*p*, *q*) maka model yang terbentuk menjadi ARIMA (*p*, 0, *q*) dimana *p* adalah menenjukan orde AR, *d* adalah tingkat proses *differencing* dan *q* menunjukan orde MA. Model ARIMA merupkan gabungan dari model AR dan model MA. Model ARIMA (*p*, *d*, *q*) secara umum dapat ditulis sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_0 + \theta_q(B)\alpha_t$$

Dengan

θ_0 = konstanta

$\phi_p(B) = 1 - \phi_p B - \cdots - \phi_p B^p$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_q B - \cdots - \theta_q B^q$

B = *backward shift operator*, $BZ_t = Z_{t-1}$

2.6.2 Uji Signifikansi Parameter

Uji signifikansi parameter bertujuan untuk menguji kelayakan parameter model. Tahapan dari uji signifikansi parameter adalah sebagai berikut:

1. Hipotesis

   H_0: $\beta = 0$ (β tidak signifikan)

   H_1: $\beta \neq 0$ (β signifikan)

2. Statistik Uji

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}}{s.e.(\hat{\beta})}$$

3. Daerah penolakan

   Daerah penolakan H_0 adalah $|t_{hit}| > t_{\left(\frac{\alpha}{2};n-n_p\right)}$, dimana n_p adalah jumlah parameter dalam model.

2.6.3 Uji Kesesuaian Model

Uji kesesuaian model dilakukan terhadap residual dari model. Pengujian asumsi normal dilakukan dengan menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov.

a. Residual (α_t) bersifat *white noise*

White noise artinya tidak terdapat korelasi antar residual dengan *mean* nol dan varians konstan (σ_a^2). Tahapan dari uji kesusaian model untuk residual (α_t) bersifat *white noise* adalah sebagai berikut:

1. Hipotesis:

   $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots \rho_k = 0$ (tidak ada korelasi antar residual)

   H_1: minimal ada satu $\rho_k \neq 0$; *i*=1,2,…,K.

2. Statistik Uji

   $Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k})$, dimana $\hat{\rho}_k^2$ adalah estimasi taksiran ACF residual dan *n* adalah banyaknya observasi.

3. Daerah penolakan

   Daerah penolakan H_0 adalah $Q > \chi^2_{\alpha;k-p-q}$ atau jika *p-value* > α

b. Residual (ε_t) berdistribusi normal

Uji kenormalan terhadap residual model dilakukan dengan mengguanak uji Klomogrov-Smirnov. Tahapan uji kenormalan adalah sebagai berikut.

1. Hipotesis:

   $H_0: F(\varepsilon_t) = F_0\ (\varepsilon_t),$ untuk semua ε_t

   $H_1: F(\varepsilon_t) \neq F_0\ (\varepsilon_t),$ untuk semua ε_t

2. Statistik Uji

   $D = Sup|\ S(\varepsilon_t) - F_0\ (\varepsilon_t)|,$

   Dengan

$F(\varepsilon_t)$ = fungsi distribusi data residual yang belum diketahui

$S(\varepsilon_t)$ = fungsi direbusi kumulatif dari data asal residual

3. Daerah penolakan

   H_0 ditolak jika $D_{hit} \geq D_{(\alpha,n)}$ atau jika *p-value* < α

2.7 Model Deret Waktu Data Keuangan

Asumsi bagi ketiga model umum deret waktu; AR *(p)*, MA *(q)* dan ARMA *(p,q)* adalah bersifat homoskedastisitas. Namun pada kenyataannya sebagian besar data di bidang ekonomi dan keuangan mempunyai ragam heterokedastisitas (Eangle, 2001:157). Maka dari itu, Lo (2003:12) menyarankan menggunakan model *Autoregresive Conditional Heteroskedascticity* (ARCH) dan model *Generalized Autoregresive Conditional Heteroskedascticity* (GARCH) dengan tetap mempertahankan sifat heterokedastisitas pada data.

2.8 Model ARCH dan GARCH

Pada umumnya permodelan data runtun waktu harus memenuhi asumsi varian yang konstan (homoskedastisitas). Namun pada kenyataannya, banyak data runtun waktu memiliki varian yang tidak konstan (heteroskedastisitas), misalnya data-data keuangan. Untuk mengatasi masalah heterokedastisitas tersebut, maka digunakan model ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)* dan GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity).*

2.8.1 Model ARCH

Model ARCH diperkenalkan pertama kali oleh Engle (1982) untuk memodelkan volatilitas residual yang sering terjadi pada data-data keuangan. Bentuk umum model ARCH (p) (Tsay,2002) :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

Dengan :

$\alpha_t = \varepsilon_t \sigma_t$, dimana $\alpha_t =$ nilai residual ke-t yang diperoleh dari model ARMA dan

$\varepsilon_t =$ nilai residual ke-t dari model

Dalam model ARCH parameter-arameternya harus memenuhi $\alpha_0 \geq 0$, $\alpha_i \geq 0, i > 1$.

Secara lengkap Model ARCH dapat dituliskan sebagai berikut:

$$W_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^{p} \phi_0 Z_{t-1} - \sum_{i=1}^{q} \theta_j e_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N\,(0, \sigma^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

Dengan merupakan persamaan conditional mean (Brooks, 2014).

2.8.2 Model GARCH

Model ini dikemukakan oleh Bollerslev pada tahun 1986 yang merupakan generalisasi dari model ARCH, yang dikenal dengan *Generalized Autoregressive Conditional Heterokedasticity* (GARCH). Pada model GARCH, varian residual (σ_t^2) tidak hanya dipengaruhi oleh residual periode lalu (α_{t-1}^2) tetapi juga varians residual periode lalu (σ_{t-1}^2).

Bentuk umum model GARCH (p,q) (Tsay,2002)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \alpha_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Dengan

$\alpha_t = \varepsilon_t \sigma_t$

α_t adalah akar dari σ_t^2 dan ε_t adalah proses i.i.d seringkali diasumsikan berdistribusi normal standart N(0,1).

Koefisien-koefisien dari model GARCH(p,q) bersifat $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ untuk i= 1,2,…,p, $\beta_j \geq 0$ untuk j=1,2,…,q agar $\sigma_t^2 > 0$ dan $\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{q} \left(\alpha_i + \beta_j\right) < 1$ agar model bersifat stasioner.

2.9 Model IGARCH

Saat mengestimasi model GARCH, sering ditemukan bahwa jumlah koefiesien parameter selalu sama dengan atau mendekati satu Fracnq dan Zakoian (2010). Kasus tersebut mengindikasikan bahwa data yang akan digunakan untuk mengestimasi parameter mengalami permasalahan dalam hal ke stasioneran. Sehingga pada tahun 1986 Eangle dan Bollerslev melakukan pengembangan kembali terhadap model GARCH dengan memperkenalkan *Integrated* GARCH atau IGARCH. *Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (IGARCH) digunakan apabila dalam model GARCH terdapat akar unit. *Integrated* dimaksudkan bahwa kemungkinan terdapat masalah akar unit yang dapat mengakibatkan ketidakstasioneran. Oleh sebab itu IGARCH memiliki solusi stasioner untuk variansi yang tak hingga. Sehingga IGARCH dapat digunakan apabila dalam data yang digunakan dalam peramalan mengalami masalah kestasioneran, yaitu jumlah koefisien GARCH sama dengan satu. Permodelan IGARCH *(Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) menurut Engle dan Bollersev (1993) :

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \alpha_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Dimana

$$\sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_j = 1, \alpha_i \geq 0 \; dan \; \beta_j \geq 0$$

α_i adalah koefisien residual dan β_j adalah koefisien ragam residual yang bertindak seperti proses akar unit, sehinga akan tetap menjaga keutuhan model ragam bersyarat tersebut. Perbedaan utama antara IGARCH dan GARCH adalah dalam IGARCH konstanta α_0 dihilangkan dan jumlah koefisien ARCH dan GARCH sama dengan satu (Francq dan Zakoian, 2010).

2.10 Model GARCH-M

Apabila memasukan variansi bersyarat ke dalam persamaan *mean* maka akan mendapatkan model GARCH-M (Eagle, 2001). Model GARCH (*p, q)*–M dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$y_t \,|\, F_{t-1} \sim \text{N}\,(0, h_t),\; t = 1,2,\ldots,T$$

Dengan

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \alpha_i \sigma_t^2 + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \sigma_{t-p}^2 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \varepsilon_{t-q}^2$$

Dengan β_1 dan α adalah konstan. Perumusan dari model GARCH-M pada rumus diatas menyatakan bahwa ada serial korelasi dalam deret *return* Y_t untuk model GARCH(*p, q)*-M pada *return* yang tidak mengandung model ARMA di dalamnya maka untuk persamaan model *mean*-nya menjadi:

$$Y_t = C + \varepsilon_t$$

2.11 Maximum Likelihood

Metode *maximum likelihood* adalah suatu penaksir titik yang mempunyai sifat teoritis yang lebih kuat dibandingkan dengan metode penaksir kuadrat terkecil (Gujarati, 2007). *Maximum likelihood* merupakan suatu cara untuk mengestimasi parameter yang tidak diketahui. Prosedur estimasik *maximum likelihood* menguji apakah estimasi maksimum yang tidak diketahui dari fungsi *likelihood* suatu sampel nilainya sudah memaksimumkan fungsi *likelihood*.

Menurut Greene (2003:468-469) fungsi p.d.f *(probability density function)* dari variable acak y dengan parameter β dinotasikan $f\ (y|\beta)$. Probabilitas sampel acak dari *joint* p.d.f untuk $y_1, y_2, \ldots, y_n$ dengan n saling bebas dan berdistribusi sama dapat dihitung:

$$f(y_1, \ldots, y_n|\beta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i|\beta) = l\ (\beta|y)$$

Metode *maximum likelihood* akan memilih nilai β yang diketahui sedemkian hingga memaksimumkan nilai probabilitas dari gambaran sampel secara acak yang telah diperoleh secara aktual.

Menurut Aziz (2010:11), fungsi *log likelihood*-nya adalah

$$L(\beta|y) = \ln \left\{ \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(y_i - \beta)^2}{\sigma^2} \right] \right\}$$

$$= \ln \left\{ (2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \beta)^2}{\sigma^2} \right] \right\}$$

$$= -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \beta)^2}{\sigma^2}$$

Menurut Davidson dan Mackinnon (2004) bila fungsi *likelihood* terdiferensial terhadap β, maka estimasi *maximum likelihood* dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n) \to \frac{\partial l((x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial \beta_1}$$

Untuk *i* =1,2, …., *n*.

Dalam banyak kasus, penggunaan deferensiasi akan lebih mudah bekerja pada logaritma natural dari $(x_1, x_2, \ldots, x_n | \beta)$, yaitu:

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n | \beta) = \ln l \ (x_1, x_2, \ldots, x_n | \beta).$$

2.12 Quasi Maximum Likelihood

Tsay (2006) dan Lumsdaine (1996) menawarkan aplikasi metode *quasi maximum likelihood* (QML) untuk analisis time series yang asumsi error-nya tidak mengikuti distribusi Normal $(0,\sigma_a^2)$. QML masih tetap memanfaatkan metode *maximum likelihood* sebagai dasar, sehingga penghitungan variansi kovariansi quasi juga merupakan nilai-nilai yang dihasilkan dari metode *maximum likelihood*. Dalam spesifikasi ARCH/GARCH masih dapat memberikan model yang layak dan parameter yang konsisten berdasarkan peramalan linear dari kuadrat ϵ_t dengan metode QML yaitu memaksimalkan log fungsi kemungkinan. Dengan metode ini kekonsistenan *error* baku tetap dipertahankan sekalipun asumsi sebaran tidak terpenuhi. Model estimasi parameter QML:

$$f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_T|\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} exp\left(\frac{-\epsilon_t^2}{2\sigma_t^2}\right)$$

2.13 Uji Lagrange-Multiplier (LM)

Model ARCH dan GARCH digunakan apabila varian dalam model terdapat varian yang tidak konstan (*heteroscedasticity*). Untuk mengecek ada atau tidaknya efek ARCH, dapat dilakukan menggunakan statistik uji *Lagrange-Multiplier* (LM) yang diperkenalkan oleh Engle (Tsay, 2002).

H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_m = 0$ (tidak ada efek ARCH)

H_1 : $\alpha_i \neq 0, i = 1,2, \dots, m$ (terdapat efek ARCH)

Taraf Signifikansi : α

Statistik Uji : $LM = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/m}{SSR_1/(n-2m-1)}$

Dengan,

m = banyaknya lag yang diuji

SSR_0 = $\sum_{m}^{n} + 1(\alpha_t^2 - \overline{\omega})$ = rata-rata sampel dari α_t^2

$SSR_1 = \sum_{m+1}^{n} + 1\hat{\varepsilon}_t^2$

n = banyak data

atau dengan statistic uji $LM = NR^2$

Dengan N adalah banyaknya pengamatan, R^2 merupakan nilai koefisien determinasi, m adalah banyak lag yang diuji dan α_t^2 adalah kuadrat residual dari residual pada waktu ke *t*.

kriteria uji : Tolak H_0 jika Probabilitas LM > $\chi^2(m)$ atau *p-value* < α

2.14 Pemilihan Model Terbaik

Untuk memilih model yang terbaik dapat ditentukan dengan menggunakan kriteria *insample* dan *out-sample*. Pemilihan model terbaik berdasarkan kriteria *insample* dapat menggunakan nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*). Dapat ditulis dengan rumus sebagai berikut:

$$\text{AIC} = n\, In\sigma_a^2 + 2M$$

Dimana M merupakan jumlah parameter yang ditaksir, n merupakan banyaknya observasi, dan σ_a^2 merupakan nilai varians residual dengan estimasi *maximum likelihood.*

Sedangkan pada kriteria *out-sample* pemilihan model terbaik dapat menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). MAPE digunakan sebagai alat pengukuran kesalahan pada peramalan melalui akurasi. Semakin kecil tingkat kesalahan yang dihasilkan, maka semakain baik hasil permalan tersebut. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{\sum_{t-1}^{n} \left| \frac{A_t - P_t}{A_t} \right|}{n} \text{ x } 100\%$$

dimana,

A_t = nilai aktual pada waktu ke-*t*

P_t = nilai peramalan pada waktu ke –*t*

n = banyak data

Nilai MAPE digunakan untuk menganalisis kinerja atau tingkat akurasi pada proses peramalan seperti yang tertera pada tabel berikut:

Tabel 2.3 Nilai MAPE

Nilai MAPE	Akurasi Peramalan MAPE
≤ 10%	Tinggi
10% < MAPE ≤ 20%	Baik

20% < MAPE ≤ 50%	Cukup
MAPE ≥ 50%	Rendah

2.15 Volatilitas

Volatilitas adalah suatu ukuran yang menunjukan sebesara besar harga yang dapat meningkat dalam suatu periode waktu terntu. Volatilitas menjadi perhatian dan *subject* studi penting dalam penelitian di bidang keuangan. Volatilitas secara bahasa diartikan sebagai tidak stabil atau kondisi dimana data bergerak naik turun, kadang secara *extream.* Salah satu aplikasi utama pemodelan volatilitas adalah menggunakan pengukuran risiko. Volatilitas bisa diproksi oleh standar deviasi dari *return* yang memberikan implikasi penting dalam perhitungan risiko (Ariefanto, 2012).

Volatilitas menggambarkan tingkatan resiko dari suatu aset investasi tetapi tidak sama dengan risiko. Risiko terkait dengan hasil yang tidak diinginkan, sedangkan volatikitas mengukur dengan ketat ketidakpastian yang bisa disebabkan oleh hasil yang positif. Pengukuran volatilitas bertujuan untuk mengetahui fluktuasi harga suatu aset dan mengestimasi kerugian yang akan diderita. Volatilitas dalam pasar keuangan menggambarkan fluktuasi nilai suatu instrumen dalam suatu jangka waktu tertentu. Nilai volatilitas yang tinggi menunjukkan bahwa terjadi fluktuasi pada suatu aset dengan range yang sangat lebar. Sedangkan volatilitas dikatakan rendah jika suatu aset tidak berfluktuasi atau jarang berubah dan cenderung konstan (sartono, dkk., 2017). Investasi dalam aset yang memiliki volatilitas tinggi akan cenderung menghadapi risiko yang lebih tinggi dibandingkan dengan investasi dalam aset yang memiliki volatilitas rendah. Semakin tinggi pergerakan harga, maka akan semakin besar juga potensi keuntungan yang bisa didapatkan. Disisi yang lain saat volatilitas harga sangat rendah, maka sangat kecil kemungkinan untuk mendapatkan hasil yang maksimal dari pergerakan harga.

Menurut Schwert dan W. Smith, Jr. (1992) terdapat lima jenis volatilitas dalam pasar keuangan, yaitu *future volatility, historical volatility, forecast volatility, implied volatility, dan seasonal volatility.*

a) *Future Volatility*

Future Volatility adalah apa yang hendak diketahui para pemain dalam pasar keuangan (trader). Volatilitas yang baik adalah yang mampu menggambarkan penyebaran harga di masa yang akan datang. Trader jarang membicarakan future volatility karena masa depan tidak mungkin diketahui.

b) *Historical Volatility*

Historical Volatility adalah dihitung berdasarkan pada harga – harga kurs masa lalu, dengan anggapan bahwa perilaku harga kurs di masa lalu dapat mencerminkan perilaku saham di masa mendatang. Terdapat berberapa cara dalam menghitung *historical volatility*, namun sebagian besar metode bergantung pada pemilihan dua parameter, yaitu periode historis dimana volatilitas akan dihitung, dan interval waktu antara perubahan harga.

c) *Forecast Volatility*

Seperti halnya terdapat jasa yang berusaha meramalkan pergerakan arah masa depan harga suatu kontrak, demikian juga terdapat jasa yang berusaha meramalkan volatilitas masa depan suatu kontrak.

d) *Implied Volatility*

Implied Volatility adalah volatilitas pasar yang dipandang lebih realistis dibandingkan dengan *historical volatility*. Untuk mendapatkan nilai volatilitas ini, dapat digunakan metode – metode ilmiah seperti interpolasi. Salah satu metode untuk estimasi *Implied Volatility* adalah metode interpolasi linier dengan menggunakan kesamaan segitiga sebangun.

e) *Seasonal Volatility*

Komoditas pertanian tertentu seperti jagung, kacang, dan kedelai sangat sensitif terhadap faktor – faktor volatilitas yang muncul dari kondisi cuaca musim yang jelek. Oleh karena itu, berdasarkan faktor – faktor tersebut seseorang harus menetapkan volatilitas yang tinggi pada masa – masa tersebut.

2.16 Risiko

Dalam bidang finansial, risiko sering dihubungkan dengan volatilitas atau simpangan baku dari hasil investasi yang akan diterima dengan keuntungan yang diharapkan. Menurut Home dan Wachowics (1992) mengatakan bahwa secara umum, risiko adalah tingkat ketidakpastian akan terjadinya sesuatu atau tidak terwujudnya sesuatu tujuan, pada suatu kurun atau periode waktu tertentu. Volatilitas merupakan besarnya harga fluktuasi pada suatu aset. Semakin besar volatilitas aset, maka semakin besar kemungkinan mengalami keuntungan atau kerugian. Investor yang berpikiran rasional akan lebih memilih aset investasi yang mengandung risiko yang paling kecil.

2.17 Return

Menurut Hartono (2010) *return* adalah hasil yang didapat dari suatu investasi. Sedangkan Ruppert (2004) menjelaskan bahwa *return* dari suatu aset merupakan tingkat pengembalian atau hasil yang diperoleh setelah melakukan investasi. *Return* merupakan salah satu faktor yang memotivasi *investor* untuk berinvestasi karena dapat menggambarkan secara nyata perubahan harga.

Pendekatan untuk fluktuasi harga yang didefinisikan sebagai *Continous Compounding Return*, yaitu:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$$

r_t = selisih (untung atau rugi) dari harga kurs sekarang relative dengan harga periode yang lalu

P_t = harga kurs pada waktu ke-*t*

P_{t-1} = harga kurs pada waktu ke (t-1)

Return mudah mudah dipakai dibandingkan nilai sebenarnya karena bentuknya memiliki sifat statistik yang baik (Tsay, 2002). Pada pemodelan runtun waktu diperlukan suatu kondisi stasioneritas terhadap rata-rata dan varian. Salah satu cara untuk membuat data menjadi stasioner terhadap rata-rata dan varian adalah transformasi data menjadi data *return*.

2.18 *Value at Risk (VaR)*

VaR dapat didefinisikan sebagai estimasi kerugian maksimum yang akan didapat selama periode waktu (*holding period*) tertentu dalam kondisi pasar normal pada tingkat kepercayaan (*confidence level*) tertentu. Secara sederhana VaR ingin menjawab pertanyaan "seberapa besar (dalam persen atau sejumlah uang tertentu) investor dapat merugi selama waktu investasi T dengan tingkat kepercayaan (1- α)". Berdasarkan pertanyaan tersebut, dapat dilihat tiga variabel yang penting yaitu besar kerugian, periode waktu dan besar tingkat kepercayaan. Rumus perhitungan nilai *VaR* dengan metode varian-kovarian adalah (Jorion,2007) :

$$\text{Var} = -Z_{(1-\alpha)} . \sigma\sqrt{T.E}$$

Dengan:

$Z_{(1-\alpha)}$ = Kuantil distribusi normal standar

E = Nilai aset

σ = Volatilitas

T = *Holding period*

1- α = Tingkat Konfidensi

Apabila data tidak berdistribusi normal dilakukan pendekatan *Cornish Fisher Expansion* yaitu dengan melakukan koreksi pada nilai Z, dengan rumus sebagai berikut:

$$Zkoreksi = Z - \left(\frac{1}{6}\ x\ (Z^2)\ x\ s\right) + \frac{1}{6}\ x\ s$$

Dimana s adalah nilai skewness dari data *return*.

2.19 Valuta Asing

Valuta asing atau *foreign exchange* juga disebut sebagai valas. Valas merupakan mata uang yang diterima, dipakai, dan diakui untuk dijadikan alat pembayaran dalam perdagangan secara internasional. Valas sendiri memiliki fungsi dan berbagai jenis yang berlaku. Valas merupakan salah satu jenis mata uang asing yang berperan sebagai klai keuangan atau bertindak sebagai aset dalam suatu perusahaan yang berbentuk mata uang asing. Sedangkan menurut Hamdy Hadi (1997) valas adalah mata uang asing yang memiliki fungsi sebagai alat pembayaran dalam membiayai setiap transaksi di bidang ekonomi keuangan internasional dan mempunyai catatan kurs resmi atas bank sentra. Dengan adanya valuta asing, transaksi antar negara yang memiliki perbedaan mata uang menjadi lebih mudah