BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

1.1 Angka Kematian Ibu

Angka kematian Ibu (AKI) merupakan banyaknya kematian yang dialami oleh perempuan pada saat hamil atau selama 42 hari sejak terminasi kehamilan yang disebabkan karena kehamilannya atau pengelolaannya, bukan karena sebab-sebab lain, per 100.000 kelahiran hidup (Bps, 2021). AKI menjadi salah satu indicator yang digunakan untuk mencerminkan bagaimana pelayanan kesehatan di suatu daerah, maka dari itu pemerintah daerah khususnya Jawa Tengah sudah seharusnya memperhatikan Angka Kematian Ibu. Angka Kematian Ibu dapat diatasi dengan memperhatikan dan menangani faktor-faktor yang menyebabkan kematian (Bps, 2020) Untuk mengetahui angka kematian ibu dapat dihitung dengan cara:

$$AKI = \frac{\text{Dhamil}}{JHL} X1000 \ldots \quad (2.1)$$

Dhamil = Jumlah kematian ibu dalam tahap kehamilan atau kelahiran

JHL = Jumlah kelahiran hidup

1.2 Faktor Yang Mempengaruhi Angka Kematian Ibu

Kondisi geografis, sosial budaya dan ekonomi yang berbeda antara wilayah dapat menyebabkan terjadinya keragaman spasial. Sehingga faktor-faktor yang berpengaruh terhadap jumlah kematian Ibu tentu saja berbeda di setiap wilayah. Beberapa penyebab kematian Ibu diantaranya dikarenakan oleh persentase kemiskinan, Jumlah Puskesmas, Kunjungan K4, Komplikasi dalam kehamilan dan perilaku hidup bersih dan sehat dalam rumah tangga (PHBS).

1.3 Multikolinearitas

Multiko linearitas merupakan suatu kejadian ketika terdapat korelasi antara peubah dalam regresi, salah satu syarat yang harus dipenuhi dalam pembentukan model regresi adalah tidak adanya kasus multikolinieritas dibeberapa variabel prediktor. Kasus multikolinieritas dapat dideteksi dengan koefisien korelasi dan kriteria nilai VIF (*Variance Inflation Factor*). Terdapat kasus multikolinieritas jika nilai VIF lebih besar dari 10. Nilai VIF dinyatakan sebagai berikut.

$$VIF_k = \frac{1}{1-R_k^2} \tag{2.2}$$

dimana $$R_k^2 = \frac{SSR}{SST}\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})_k^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})_k^2} \tag{2.3}$$

dengan R_k^2 adalah koefisien determinasi antara satu variabel prediktor dengan variabel prediktor lainnya (Hocking, 1996).

1.4 Regresi Poisson

Regresi Poisson merupakan salah satu regresi yang dapat digunakan untuk memodelkan variabel respon dan variabel prediktor dengan variabel Y berdistribusi poisson. Regresi Poisson digunakan pada data yang berdistribusi poisson. Probabilitas distribusi Poisson diberikan oleh *Myers (1990).*

$$p(y;\mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!} \quad (y = 0,1,2,\dots.) \tag{2.4}$$

μ disini adalah mean distribusi Poisson yang bergantung pada beberapa unit yang ditetapkan atau periode waktu, jarak, luas, volume, dan lain-lain. Distribusi Poisson dapat digunakan untuk memodelkan peristiwa yang jarang terjadi selama periode tertentu. Probabilitas banyak kejadian y dalam periode waktu t yaitu:

$$p(y;\mu) = \frac{e^{-\mu t}(\mu t)^y}{y!} \quad (y = 0,1,2, \ldots .) \tag{2.5}$$

Persamaan diatas digunakan untuk probabilitas kejadian y, dan rata-rata jumlah kejadian, berdasarkan asumsi bahwa rata-rata jumlah kejadian per periode waktu adalah konstan. Pengujian kesesuaian distribusi untuk variabel y adalah dengan uji Kolmogorov-Smirnov. Berikut ini adalah hipotesis uji Kolmogorov-Smirnov:

$H_0: F(y) = F^*(y)$ (variabel random y mengikuti distribusi tertentu)

$H_1: F(y) \neq F^*(y)$ (variabel random y tidak mengikuti distribusi tertentu)

Daerah penolakan untuk pengujian ini adalah tolak H_0 jika α pada taraf signifikansi $T > w_{1-\alpha/2}$, dimana $w_{1-\alpha/2}$ adalah nilai kuantil dari statistik uji Kolmogorov-Smirnov pada uji dua sisi. *Baharuddin (2005)* menyatakan bahwa metode regresi Poisson biasanya digunakan untuk penelitian kesehatan masyarakat, biologi, dan teknik dengan variabel responnya (y) berupa cacahan objek dari sejumlah karakteristik tertentu (x). Misal, apabila terdapat sekumpulan data dengan struktur sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 & x_{11} \cdots & x_{k1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y_n & x_{1n} \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}$$

maka, model regresi Poissonnya dapat ditulis sebagai berikut *Myers, (1990)*:

$$y_i = \mu_i + \varepsilon_i (i = 1,2, \dots n) \tag{2.6}$$

Yang mana y_i adalah jumlah kejadian, dan μ_i adalah rata-rata jumlah kejadian dalam periode t_i . μ_i diasumsikan tidak berubah dari data ke data. Persamaan distribusi Poisson dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$p(y_i; \hat{\beta}) = \frac{e^{-[\mu(x_i;\widehat{\beta})]}[t_i \mu(x_i;\widehat{\beta})]^{y_i}}{y_i!} \tag{2.7}$$

$\mu(x_i; \widehat{\beta})$ disini adalah rata-rata Poisson dan vektor $\hat{\beta}$ menunjukkan parameter yang ditaksir.

Mean dan varians untuk model regresi Poisson adalah sebagai berikut:

$$\mu_i = t_i \mu_i (x_i; \hat{\beta}) = t_i \, exp(x_i^T \hat{\beta}) \tag{2.8}$$

dan

$$Var(y_i) = t_i \mu_i (x_i; \hat{\beta}) = t_i \, exp(x_i^T \hat{\beta}) \tag{2.9}$$

Selanjutnya model regresi Poisson dapat ditulis sebagai berikut (*Myers,1990)*:

$$y = t_i \, exp(x_i^T \hat{\beta}) + \varepsilon_i \tag{2.10}$$

1.5 Overdispersi

Overdispersi merupakan kondisi dimana varians lebih besar daripada mean. Taksiran dispersi diukur dengan devians atau Pearson's Chi-Square yang dibagi derajat bebas. Data dikatakan overdispersi jika taksiran dispersi lebih besar dari 1 dan underdispersi jika taksiran dispersi kurang dari 1 (Khoshgoftaar, 2004). Namun Metode regresi Poisson mewajibkan equidispersi, yaitu kondisi dimana nilai mean dan varians dari variabel respon bernilai sama.

1.6 Efek Spasial

Pada penelitian yang berkaitan dengan informasi lokasi geografis tentu perlu dipertimbangkan adanya efek spasial pada model. Efek spasial yaitu ketergantungan spasial yang terjadi akibat adanya korelasi antar wilayah (dependensi spasial) maupun keragaman (heterogenitas) spasial antar lokasi. Untuk pemodelan pada data spasial dikelompokkan berdasarkan tipe data spasial yang digunakan yaitu spasial titik dan spasial area yang dikelompokkan lagi berdasarkan jenis data yang digunakan yaitu *cross sectional* dan *time series*. Pemodelan data spasial selalu melibatkan matriks pembobot spasial. Sedangkan efek spasial pada data dapat berupa error yang saling berkorelasi

Pengujian dependensi spasial menggunakan uji Moran's I dengan hipotesis sebagai berikut.

H_0 : $I = 0$ (tidak terdapat dependensi spasial)

H_0 : $I \neq 0$ (terdapat dependensi spasial)

Statistik uji yang digunakan sebagai berikut.

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\hat{I} - \boldsymbol{E}(\hat{I})}{\sqrt{\boldsymbol{Var}(\hat{I})}} \qquad (2.11)$$

dimana $\hat{I} = \frac{e^T}{e^T e}$ dengan **e** merupakan vektor residual dan **W** merupakan matriks pembobot spasial antar lokasi. Rumus mean dan varians dari Moran's I sebagai berikut.

$$E(\hat{I}) = \frac{tr(MW)}{(n-k)} \tag{2.12}$$

$$Var(\hat{I}) = \frac{tr(MWMW^T) + tr(MW^2) + (tr(MW))^2}{d - E(\hat{I})^2} \tag{2.13}$$

dengan. $d = (n-k)(n-k-2); M = 1 - X^T X)^{-1} X^T$ Tolak H_0 jika nilai $|Z| > Z_{(\frac{a}{2})}$ yang artinya terdapat dependensi spasial dalam model.

Pengujian heterogenitas spasial dilakukan untuk melihat ciri khas pada setiap lokasi pengamatan yang akan mengakibatkan parameter regresi yang dihasilkan berbeda secara spasial. Pengujian heterogenitas spasial dilakukan dengan statistik uji *Breusch-Pagan* (BP) yang digunakan untuk mendeteksi asumsi kehomogenan ragam galat dengan hipotesis sebagai berikut.

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_n^2 = \sigma^2$(variansi antar lokasi sama)

H_1 minimal ada satu $\sigma_1^2 \neq \sigma^2$ (variansi antar lokasi berbeda)

Statistik uji yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$\boldsymbol{Z} = \frac{\hat{\mathrm{I}} - \boldsymbol{E}(\hat{\mathrm{I}})}{\sqrt{\boldsymbol{Var}(\hat{\mathrm{I}})}} \tag{2.14}$$

dengan elemen vektor f adalah $f_i = \frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1$ dan $e_i = y_i - y_i$. Z merupakan matriks berukuran *nx(k+1)* yang berisi vektor yang sudah dinormal standarkan untuk setiap observasi. Tolak H_0 jika nilai dari $BP < x^2_{(a,k)}$ yang artinya terjadi heteroskedastisitas dalam model atau variansi antar lokasi berbeda.

1.7 Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial adalah matriks ketergantungan spasial (contiguity) dengan notasi W. Pembobot spasial dibuat untuk mengetahui adanya autokorelasi spasial pada data spasial. Dua konsep membuat pembobot spasial yaitu kedekatan dan jarak dibuat untuk mengakomodir adanya autokorelasi spasial. Pembobot memiliki peranan penting pada data spasial, karena nilai suatu pembobot merupakan perwakilan dari lokasi dimana masing-masing data diambil. Keragaman spasial antara lokasi yang satu dengan lokasi yang lain ditunjukkan dengan adanya matriks pembobot, $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{u_i}, \boldsymbol{v_i})$, dengan fungsi dari jarak Euclidian antar lokasi.

1.8 Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)

Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR) merupakan model yang dikembangkan dari metode GWR, pada model GWPR, variabel respon (Y) diprediksi dengan menggunakan variabel prediktor (X) yang masing- masing koefisien regresinya bergantung pada lokasi data tersebut diamati. model GWPR dapat ditulis sebagai berikut:

$yi \sim Poisson\ (\mu_i)$ dengan $\mu_i = exp\left(\sum_{j=0}^{k} \beta_j(u_i, v_i)x_{ij} + \varepsilon_i\right)$

$$E(y_i) = \mu\big(x_i, \beta(u_i, v_i)\big); i = 1,2, \dots, n \tag{2.15}$$

Dengan

yi: nilai observasi respon ke- i

x_{ij}: nilai observasi variabel independen ke- j pada pengamatan lokasi (u_i, v_i)

$\beta_j(u_i, v_i)$: koefisien regresi variabel independen ke- j untuk setiap lokasi

(u_i, v_i): koordinat lintang dan bujur dari titik ke- i pada suatu lokasi geografis

ε_i: nilai error regresi ke-i

Estimasi parameter model GWPR diperoleh melalui iterasi numerik yaitu iterasi *Newto-Raphson* untuk menemukan solusi dari fungsi ln-likelihood untuk model Geographically Weighted Poisson Regression dapat dilihat dibawah ini.

$$lnL^*\left(\beta(u_i,v_i)\right) = \sum_{i-1}^{n}\left(y_i x_i^T \beta(u_i,v_i) - \exp\left(x_i^T \beta(u_i,v_i)\right) - lny_i!\right) w_{ij}(u_i,v_i) \quad (2.16)$$

Penaksiran parameter diperoleh dengan meurunkan persamaan diatas terhadap $\beta^T(u_i,v_i)$ kemudian hasilnya disamakan dengan nol sehungga diperoleh persamaan.

$$\frac{dlnL^*(\beta(u_i,v_i))}{d} = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i x_i - x_i \exp\left(x_i^T \beta(u_i,v_i)\right)\right) w_{ij}(u_i,v_i) = 0 \quad (2.17)$$

Oleh karena persamaan yang dihasilkan adalah persamaan yang berbentuk implisit maka salah satu alternatif penyelesaiannya digunakan suatu prosedur iterasi numerik yaitu metode Newton-RaphsonIteratively Rewighted Least Square (IRLS). Secara umum, persamaan untuk metode Newton-RaphsonIteratively Rewighted Least Square dapat dilihat pada persamaan berikut.

$$\beta_{(m+1)}(u_i,v_i) = \beta_{(m)}(u_i,v_i) - H_{(m)}^{-1}\left(\beta_{(m)}(u_i,v_i)\right) g_{(m)}\left(\beta_{(m)}(u_i,v_i)\right) \quad (2.18)$$

1.8.1 Pengujian Secara Serentak

Pengujian signifikansi parameter model GWPR secara senrentak dengan menggunakan Maximum Likelihood Ratio Test (MLRT) dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : $\beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = \cdots = \beta_p(u_i,v_i) = 0$

H_1 : paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq 0$, k =1,2,…,p.

Statistik uji :

$$D(\hat{\beta}) = -2ln\left(\frac{L(\widehat{\omega})}{L(\widehat{\Omega})}\right) = 2(lnL(\widehat{\Omega}) - lnL(\widehat{\omega}) \quad (2.19)$$

Daerah penolakan : Tolak H0 jika statistik uji nilai $D(\hat{\beta})$ > X^2(p;α)

1.8.2 Pengujian Secara Parsial

Pengujian parameter secara parsial digunakan untuk mengetahui parameter mana saja yang memberikan pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon pada tiap-12tiap lokasi dengan hipotesis seperti dibawah ini.

$H_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$

$H_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$

Statistik Uji :

$$Z = \frac{\bar{\beta}_k(u_i, v_i)}{se(\bar{\beta}_k(u_i, v_i))} \qquad (2.20)$$

Daerah penolakan : tolak H_0 jika |Z| > $Z\alpha/_2$.

1.9 Model Geographically Weighted Poisson Regression Semiparametric (GWPRS)

Geographically Weighted Poisson Regression Semiparametric (GWPRS) merupakan model GWPR yang mengkombinasikan parameter-parameter bersifat lokal dengan parameter-parameter bersifat global terhadap lokasi (Nakaya, dkk, 2005). Model GWPRS dapat ditulis sebagai berikut:

$\boldsymbol{y_{i\sim}Poisson}$ ($\mu_{\boldsymbol{i}}$)

dengan $\mu_i = \exp(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\left(u_{i,} v_i\right) x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} Y_g X_{ig}$ (2.21)

sehingga $y_{i\sim}Poisson$ $(\exp(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\left(u_{i,} v_i\right) x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} Y_g X_{ig}))$

dimana :

y_i=nilai observasi peubah terikat ke-i

x_{ij} =merupakan nilai observasi peubah bebas lokal pada lokasi $(u_{i,}v_i)$

$\beta_j(u_{i,}v_i)$ = merupakan parameter model peubah bebas lokal pada lokasi $(u_{i,}v_i)$

Y_g = parameter model peubah bebas global pada lokasi $(u_{i,}v_i)$

$(u_{i,}v_i)$ = titik koordinat (*longitude, latitude)*

X_{ig}= nilai observasi peubah bebas global pada lokasi $(u_{i,}v_i)$

1.9.1 Penaksiran Parameter Model GWPRS

Parameter model GWPRS ditaksir oleh Metode Kemungkinan Maksimum dengan bentuk fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$\mathrm{L}(\beta_j(u_{i,}v_i), y_g) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu_1}\mu_i{}^{y_i}}{y_{i!}} \tag{2.12}$$

Persamaan ln likelihood :

$$\ln \mathrm{L}(\beta_j(u_{i,}v_i), y_g) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu_1}\mu_i{}^{y_i}}{y_{i!}}$$

$$=\sum_{i=1}^{n} ln \frac{e^{-\mu_1}\mu_i{}^{y_i}}{y_{i!}}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(ln(e^{-\mu_i})+\ln(\mu_i{}^{y_i}) - \ln(y_{i!}))$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(-\mu_i + y_i \ln(\mu_i) - ln(y_{i!}))$$

Kemudian subtitusikan $\mu_i = \exp(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} Y_g X_{ig}$

$$= \sum_{i=1}^{n}(-\exp(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k}Y_gX_{ig})) + y_i ln$$

$$\exp(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k}Y_gX_{ig})\text{-}\ln(y_{i!})$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(-\exp(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k}Y_gX_{ig})) + y_i(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} +$$

$$\sum_{g=k^*+1}^{k}Y_gX_{ig}) - \ln(y_{i!})$$

Letak geografis merupakan pembobot pada model GWPRS, selanjutnya pembobot dimasukkan pada persamaan untuk memperoleh model GWPRS :

$$\ln L^*(\beta_j(u_{i,}v_i), y_g) = (-\sum_{i=1}^{n}\exp(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k}Y_gX_{ig}))$$

$$+ \sum_{i=1}^{n}y_i(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k}Y_gX_{ig}))\text{-}\sum_{i-1}^{n}\ln(y_{i!}))W_{ij}(u_{i,}v_i) \quad (2.23)$$

Untuk memaksimumkan fungsi ln *likelihood*, persamaan didiferensialkan terhadap $\beta_j(u_{i,}v_i)$ dan Y_g . Selanjutnya hasil pendiferensialan tersebut dibuat sama dengan 0, sehingga diperoleh :

$$\frac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i), y)}{\partial\beta_j(u_{i,}v_i)} = -\sum_{i-1}^{n}x_{ij}\,W_{ij}(u_{i,}v_i)\exp(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k}y_gx_{ig})$$

$$+ \sum_{i=1}^{n}y_ix_{ij}\,W_{ij}(u_{i,}v_i) = 0$$

$$\frac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i), y)}{\partial y_g} = -\sum_{i-1}^{n}x_{ij}\,W_{ij}(u_{i,}v_i)\exp(\sum_{j=0}^{k^*}\beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k}y_gx_{ig})$$

$$+ \sum_{i=1}^{n}y_ix_{ij}\,W_{ij}(u_{i,}v_i) = 0$$

Proses penyelesaian persamaan di atas dilakukan dengan menggunakan iterasi Newton Raphson. Prosedur penaksiran parameter model GWPRS adalah dengan menaksir $\beta_j(u_{i,}v_i)$ dan y_g (Nakaya, dkk, 2005). Bentuk umum persamaan penaksir parameter-parameter model GWPRS adalah sebagai berikut :

$$\left(\beta^{(t+1)}(u_{i,}v_i), y^{(m+1)}\right) =$$

$$\left(\beta^{(t)}(u_{i,}v_i), y^{(m)}\right)\left(H^{(t)^{-1}}\left(\beta^{(t)}(u_{i,}v_i), y^{(m)}\right)\right)\left(g^{(t)}\beta^{(t)}(u_{i,}v_i), y^{(m)}\right) \qquad (2.24)$$

Dengan

$$g^{t}(\beta^{(t)}(u_iv_i) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial \beta_0(u_{i,}v_i)} \\ \dfrac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial \beta_1(u_{i,}v_i)} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial \beta_{k*}(u_{i,}v_i)} \\ \dfrac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial \gamma_{k*+1}} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial \gamma_k} \end{bmatrix}$$

$$H^{(t)^{-1}}\left(\beta^{(t)}(u_{i,}v_i), \gamma^{(m)}\right) =$$

$$\begin{bmatrix}
\frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_0(u_{i,}v_i)\beta_0(u_{i,}v_i)} & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_1(u_{i,}v_i)\beta_0(u_{i,}v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_{k*}(u_{i,}v_i)\beta_0(u_{i,}v_i)} & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_{k*+1}\beta_0(u_{i,}v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_k\beta_0(u_{i,}v_i)} \\
\frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_0(u_{i,}v_i)\beta_1(u_{i,}v_i)} & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_1(u_{i,}v_i)\beta_1(u_{i,}v_i)} & \cdots & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_{k*}(u_{i,}v_i)\beta_1(u_{i,}v_i)} & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_{k*+1}\beta_0(u_{i,}v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_k\beta_1(u_{i,}v_i)} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
\frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_0(u_{i,}v_i)\beta_{k*}(u_{i,}v_i)} & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_1(u_{i,}v_i)\beta_{k*}(u_{i,}v_i)} & \cdots & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_{k*}(u_{i,}v_i)\beta_{k*}(u_{i,}v_i)} & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_{k*+1}\beta_{k*}(u_{i,}v_i)} & \cdots & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_k\gamma_{k*+1}} \\
\frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_0(u_{i,}v_i)\gamma_{k*+1}} & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_1(u_{i,}v_i)\gamma_{k*+1}} & \cdots & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_{k*}(u_{i,}v_i)\gamma_{k*+1}} & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_{k*+1}\gamma_{k*+1}} & \cdots & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_k\gamma_{k+1}} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
\frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\beta_0(u_{i,}v_i)\gamma_k} & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_1(u_{i,}v_i)\gamma_k} & \cdots & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\beta_{k*}(u_{i,}v_i)\beta_k} & \frac{\partial^* lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\gamma_{k*+1}\gamma_k} & \cdots & \frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),\gamma)}{\partial\gamma_k\gamma_k}
\end{bmatrix}$$

Untuk setiap langkah iterasi ke-*t* berlaku :

$$\frac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),y)}{\partial \beta_j(u_{i,}v_i)} = -\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\, W_{ij}(u_{i,}v_i)\, \left(y_i - \exp\left(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} y_g x_{ig}\right)\right) = 0$$

$$\frac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),y)}{\partial \gamma_g} = - \sum_{i=1}^{n} x_{ig}\, W_{ij}(u_{i,}v_i)\ \left(y_i - \exp\left(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} y_g x_{ig}\right)\right) = 0$$

$$\frac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),y)}{\partial \beta^T(u_{i,}v_i)(\beta_j(u_{i,}v_i)} = - \sum_{i=1}^{n} x_{ij}\, W_{ij}(u_{i,}v_i)\left(x_{iJ} - \exp\left(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} y_g x_{ig}\right)\right) = 0$$

$$\frac{\partial lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),y)}{\partial \gamma^T \gamma_g} = - \sum_{i=1}^{n} x_{ij}\, W_{ij}(u_{i,}v_i)\left(x_{ig} \exp\left(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} y_g x_{ig}\right)\right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 lnL^*(\beta_j(u_{i,}v_i),y)}{\partial \gamma^T(\beta_j(u_{i,}v_i)} = - \sum_{i=1}^{n} X_{ig}\, X_{ij} W_{ij}(u_{i,}v_i) \exp\left(\sum_{j=0}^{k^*} \beta_j\,(u_{i,}v_i)x_{ij} + \sum_{g=k^*+1}^{k} y_g x_{ig}\right) = 0$$

Dengan mengulang prosedur iterasi untuk setiap titik regresi ke-i, maka penaksir parameter lokal dan penaksir parameter global akan diperoleh. Iterasi berhenti pada saat konvergen, yaitu saat $\left\|\beta^{(t+1)}(u_{i,}v_i) - \beta^{(t)}(u_{i,}v_i)\right\| \leq \varepsilon\ dan\ \left\|y^{(t+1)} - y^{(t)}\right\| \leq \varepsilon.$

1.9.2 Pengujian Parameter Model GWPRS

Pengujian parameter GWPRS dilakukan secara parsial. Pengujian ini untuk mengetahui peubah bebas mana saja yang berpengaruh terhadap variebel terikat. Langkah-langkah pengujian hipotesis untuk parameter model GWPRS secara parsial pada parameter global (Ningsih, 2016):

1.Perumusan Hipotesis

$\mathrm{H}_0 : Y_g = 0$ (parameter peubah yang bersifat global tidak signifikan)

$\mathrm{H}_1 : Y_g \neq 0$ (parameter peubah yang bersifat global signifikan)

2.Statistik Uji

$$Z = \frac{\hat{y}_g}{SE(\hat{y}_g)}$$

3.Kriteria Pengujian

Dengan taraf kepercayaan sebesar α=5%, tolak H_0 $apabila$ | Z_{hitung}|>$Z_{(\frac{\alpha}{2})}$

4.Kesimpulan

Penafsiran diterima atau ditolak.

Langkah-langkah pengujian hipotesis untuk parameter model GWPRS secara parsial pada parameter lokal (Ningsih, 2016):

1.Perumusan Hipotesis

H_0: $\beta_j(u_{i,}v_i) = 0$ (parameter peubah yang bersifat lokal tidak signifikan)

H_1: $\beta_j(u_{i,}v_i) \neq 0$ (parameter peubah yang bersifat lokal signifikan)

2.Statistik Uji

$$Z=\frac{\beta_j}{SE(\beta_j)}$$

3.Kriteria Pengujian

Dengan taraf kepercayaan sebesar α=5%, tolak $\mathbf{H_0}$ $\boldsymbol{apabila}$ | $\boldsymbol{Z_{hitung}}$|>$\boldsymbol{Z_{(\frac{\alpha}{2})}}$

4.Kesimpulan

Penafsiran diterima atau ditolak

1.10 Pembobot fungsi

Pembobot lokasi ke-i pada koordinat $(u_{i,}v_i)$ dinyatakan dengan W$(u_{i,}v_i)$. Pembobotan digunakan untuk memberikan nilai yang berbeda di setiap lokasi pengamatan. Pembobot $W(u_{i,}v_i)$dapat ditentukan dengan menggunakan fungsi kernel. Fungsi kernel memberikan pembobot sesuai *bandwidth* optimum yang nilainya bergantung pada kondisi data. Pembobot fungsi yan digunakan yaitu Fungsi *Adaptive Gaussian* :

$$w_{ij} = exp\left[-\left(\frac{d_{ij}}{b_i}\right)^2\right] \qquad (2.25)$$

dimana :

w_{ij} merupakan nilai pembobot dari lokasi pengamatan ke-j terhadap titik lokasi pengamatan ke-I d_{ij} merupakan jarak e*uclidean* antara lokasi pengamatan ke-j terhadap titik lokasi pengamatan ke-i

b merupakan *bandwidth*

b_i merupakan *bandwidth* yang diadaptasi sebagai jarak tetangga terdekat kei.

Jarak *euclidean* merupakan jarak antara titik regresi ke-i dengan lokasi ke-j (i≠j) yang dinotasikan dengan d_{ij} dan dirumuskan sebagai berikut :

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \qquad (2.25)$$

u_i merupakan *longitude* pada lokasi ke *i.*

u_j merupakan *longitude* pada lokasi ke *j.*

v_i merupakan *latitude* pada lokasi ke *i.*

v_j merupakan *latitude* pada lokasi ke *j.*

1.11 Pemilihan Bandwidth

Bandwidth merupakan radius suatu lingkaran dengan pusat titik lokasi *i*. Apabila terdapat titik-titik lokasi yang berada pada lingkaran tersebut, maka masih dianggap berpengaruh terhadap penaksiran koefisien regresi pada titik lokasi *i* terebut. Pemilihan *bandwidth* memiliki dampak besar pada hasil yang diperoleh dari GWR (Rosalina, 2019) . Menurut Nakaya, dkk. (2005), apabila nilai *bandwidth* kecil, hal ini akan menyebabkan variansi menjadi semakin besar dan model yang diperoleh sangat kasar (*undersmoothing*) sehingga tidak mewakili keadaan yang sebenarnya. Sebaliknya, jika nilai *bandwidth* besar maka menyebabkan variansi yang semakin kecil sehingga model yang diperoleh terlalu halus (*oversmoothing*) sehingga model yang kita dapat tidak berarti, hal ini dikarenakan tidak terdapat perbedaan antar lokasi pengamatan. Apabila model yang diperoleh tidak memiliki perbedaan antar lokasi pengamatan lebih baik menggunakan regresi global. Oleh karena itu diperlukan nilai *bandwidth* yang optimum. Penentuan nilai bandwidth yang optimum dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV) yang ditentukan dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$\text{CV } \sum_{t=1}^{n}[y_t - \hat{y}_{i\neq i}(b)]^2 \quad (2.26)$$

Dimana $\hat{y}_{i\neq i}(b)$ adalah nilai penaksir y_t dengan radius b, Penentuan nilai *bandwidth* yang optimum diperoleh saat nilai *CV* minimum.

1.12 Kriteria Kebaikan Model

Model terbaik adalah model yang mampu menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon berdasarkan kriteria tertentu. Kriteria yang sering digunakan dalam pemilihan model terbaik adalah nilai AIC.

Akaike Information Criterion (AIC) adalah kriteria kesesuaian model dalam menduga model secara statistik. Kriteria AIC digunakan apabila pemodelan regresi bertujuan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang berpengaruh terhadap model. Besarnya nilai AIC sejalan dengan nilai devians dari model. Semakin kecil nilai devians maka akan semakin kecil pula tingkat kesalahan yang dihasilkan model sehingga model yang diperoleh menjadi semakin tepat. Model terbaik adalah model dengan AIC terkecil dan dengan devians terkecil pula. Nilai AIC dirumuskan sebagai berikut.

$$AIC = -2lnL(\beta) + 2k \tag{2.27}$$

dimana $L(\hat{\beta})$ adalah *likelihood* dari masing-masing model yang dihitung, meliputi *likelihood* dari model GWGPR dan GWPRS, sedangkan *k* adalah jumlah parameter dalam model.