BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Peramalan (*Forecasting*)

Peramalan (*forecasting*) adalah suatu proses pendugaan berdasarkan data terdahulu untuk mengetahui apa yang akan terjadi pada masa mendatang. Mengetahui keadaan pada masa mendatang tidak hanya bertujuan untuk melihat baik atau buruk tetapi juga untuk melakukan persiapan dan juga pengambilan keputusan. Keputusan yang baik harus berdasarkan pertimbangan apa yang akan terjadi pada masa mendatang, oleh karena itu peramalan merupakan masalah yang harus dihadapi karena berkaitan erat dengan pengambilan suatu keputusan. Berdasarkan sifatnya peramalan dibagi dalam dua kategori utama (Hariani, 2018) yaitu:

1. Peramalan Kualitatif atau Teknologis

   Peramalan kualitatif adalah peramalan yang berdasarkan data kualitatif pada masa lalu. Peramalan dibuat berdasarkan pemikiran yang bersifat intuisi, pendapat dan pengetahuan dari orang yang menyusunnya sehingga hasil peramalan sangat bergantung pada penyusunnya.

2. Peramalan Kuantitatif

   Peramalan kuantitatif adalah peramalan yang berdasarkan data kuantitatif pada masa lalu. Hasil peramalan yang dibuat sangat bergantung pada metode yang dipergunakan dalam peramalan tersebut. Dengan metode yang berbeda akan diperoleh hasil peramalan yang berbeda.

2.2 *Time Series*

Time series atau yang biasa disebut deret waktu adalah data yang diambil dan disusun berdasarkan urutan waktu, dapat berupa hari, minggu, bulan, triwulan, caturwulan, tahun dan sebagainya. Data masa lalu menjadi penting karena dapat meramalkan kondisi di masa yang akan datang. Secara umum pola data *time series* dibagi menjadi empat jenis (Hansun, 2012), yaitu:

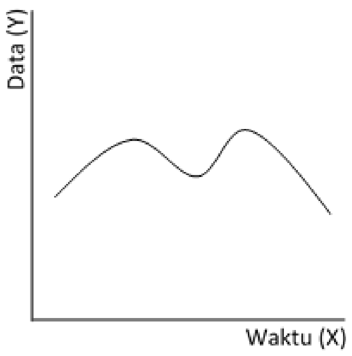
1. *Trend*

   Trend adalah pola data yang terjadi jika keadaan data mengalami kecenderungan naik atau turun dari waktu ke waktu. Menurut Boediono dan Koster (2001) *trend* adalah suatu garis halus atau kurva yang menunjukkan suatu kecenderungan umum dari suatu data runtun waktu.

Gambar 2.1 Pola Data *Trend*

2. *Cycles* (Siklus)

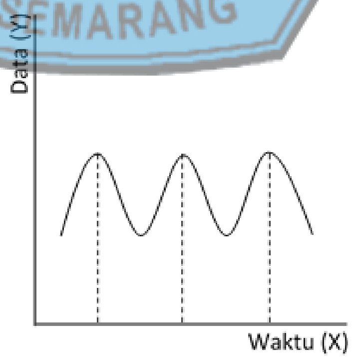
   Pola *cycles* adalah pola data yang tidak beraturan karena adanya fluktuasi gelombang atau siklus dengan durasi waktu yang panjang. Contoh data *time series* dengan pola data *cycles* adalah data kondisi perekonomian yang perubahannya lebih dari satu tahun.



Gambar 2.2 Pola Data *Cycles*

3. *Seasonal* (Musiman)

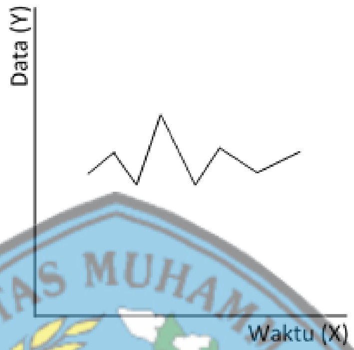
   Pola *seasonal* merupakan pola yang teratur artinya naik turunnya terjadi pada waktu yang sama atau dengan kata lain memiliki pola yang tetap dari waktu ke waktu. Disebut pola musiman karena terjadinya bertepatan dengan pergantian musim pada satu tahun atau dalam waktu yang singkat. Contoh data *time series* dengan pola data *seasonal* adalah harga beras akan turun pada saat musim panen padi.



Gambar 2.3 Pola Data *Seasonal*

4. *Irregular* (Acak)

   Irregular adalah pola data dengan gerakan fluktuasi yang diakibatkan oleh kejadian yang tidak dapat diperkirakan atau kejadian non-periodik, seperti terjadinya perang, bencana alam, dan lain sebagainya.



Gambar 2.4 Pola Data *Irregular*

2.3 Logika *Fuzzy*

Menurut Susilo (2006) logika *fuzzy* adalah logika dengan tak hingga banyak nilai kebenaran yang dinyatakan dalam bilangan *real* dalam selang [0,1], atau dengan kata lain adalah logika yang menggunakan konsep sifat kesamaran. Logika *fuzzy* pertama kali diperkenalkan pada tahun 1965 oleh Prof. Lotfi A. Zadeh. Beberapa alasan logika *fuzzy* digunakan adalah sebagai berikut (Kusumadewi *et al*., 2006):

1. Konsep logika *fuzzy* mudah dimengerti karena konsep matematis yang mendasarinya sederhana dan tidak terlalu rumit.
2. Logika *fuzzy* sangat fleksibel.
3. Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat.

4. Logika *fuzzy* mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinier yang sangat kompleks.
5. Logika *fuzzy* dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan.
6. Logika *fuzzy* dapat bekerja sama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
7. Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami.

2.4 Himpunan *Fuzzy*

Himpunan *fuzzy* merupakan himpunan yang digunakan untuk mengantisipasi kelemahan himpunan *crisp*. Pada himpunan *crisp* nilai keanggotaan suatu *item* hanya memiliki dua kemungkinan yaitu 1 artinya suatu *item* menjadi anggota himpunan atau 0 artinya suatu *item* tidak menjadi anggota himpunan. Sedangkan pada himpunan *fuzzy* nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Menurut Kusumadewi (2003), untuk memahami sistem *fuzzy* ada beberapa hal yang harus diketahui, yaotu:

1. Variabel *Fuzzy*

   Variabel *fuzzy* adalah variabel yang akan dibahas dalam suatu sistem *fuzzy*, seperti temperatur, umur, dan sebagainya.

2. Himpunan *Fuzzy*

   Himpunan *fuzzy* adalah suatu grup yang mewakili kondisi tertentu dalam variabel *fuzzy*. Himpunan *fuzzy* memiliki 2 atribut, yaitu:

a. Linguistik yaitu penamaan yang mewakili keadaan atau kondisi suatu grup dengan menggunakan bahasa alami, seperti pada usia yaitu muda, parobaya dan tua.
b. Numeris yaitu ukuran dari suatu variabel yang ditunjukkan dengan nilai atau angka seperti 15, 30, 45 dan sebagainya

3. Himpunan Semesta atau Semesta Pembicaraan

   Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang dapat dioperasikan dalam suatu variabel *fuzzy*. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Contohnya semesta pembicaraan untuk variabel temperatur [0, 40].

4. Domain Himpunan *Fuzzy*

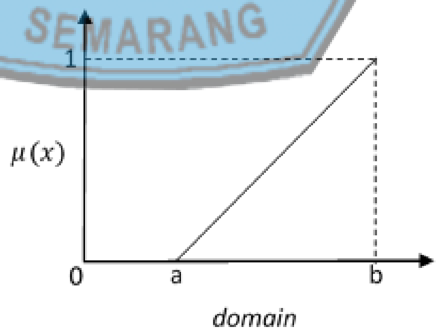
   Domain himpunan *fuzzy* adalah seluruh himpunan nilai yang diizinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan *fuzzy*. Domain merupakan himpunan bilangan *real* yang selalu naik secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Contohnya seperti, MUDA = [0,45], PAROBAYA = [35,55] dan TUA = [45,∞]

2.5 Fungsi Keanggotaan *Fuzzy*

Fungsi keanggotaan atau *membership function* adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* data ke dalam nilai keanggotaannya (derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1 (Zimmermann, 1991). Ada beberapa fungsi keanggotaan yang dapat digunakan untuk mendapatkan derajat keanggotaan *fuzzy*, diantaranya:

1. Representasi Kurva Linier

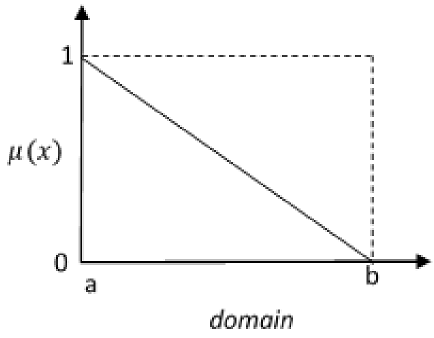
   Pemetaan *input* ke derajat keanggotaan pada representasi linier digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini merupakan bentuk yang paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Terdapat dua keadaan fungsi linier, yaitu linear naik dan linear turun. Fungsi linier naik adalah kenaikan himpunan dimulai pada nilai *domain* yang memiliki derajat keanggotaan nol (0) yang kemudian bergerak ke kanan menuju nilai domain dengan derajat keanggotaan yang lebih tinggi. Sedangkan fungsi linier turun adalah garis lurus dimulai dari nilai *domain* dengan derajat keanggotaan tertinggi di sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai *domain* dengan derajat keanggotaan yang lebih rendah (Kusumadewi dan Purnomo, 2010)



Gambar 2.5 Kurva Linier Naik

Fungsi keanggotaan kurva linier naik:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right), \quad jika & a \leq x \leq b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \tag{2.1}$$



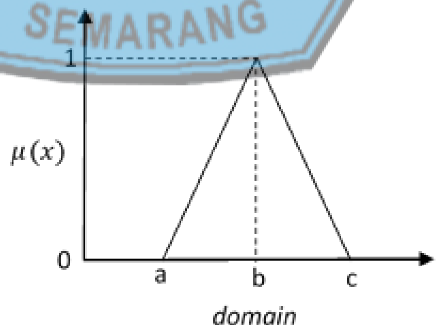
Gambar 2.6 Kurva Linier Turun

Fungsi keanggotaan kurva linier naik:

$$\mu(x) = \begin{cases} \left(\frac{b-x}{b-a}\right), & jika \quad a \leq x \leq b \\ 0 & \quad x \geq b \end{cases} \tag{2.2}$$

2. Representasi Kurva Segitiga

Pemetaan input ke derajat keanggotaannya digambarkan dengan bentuk segitiga dimana pada dasarnya bentuk segitiga tersebut gabungan antara dua garis (Kusumadewi dan Purnomo, 2010). Nilai-nilai di sekitar b memiliki derajat keanggotaan turun yang cukup tajam (menjauhi 1).



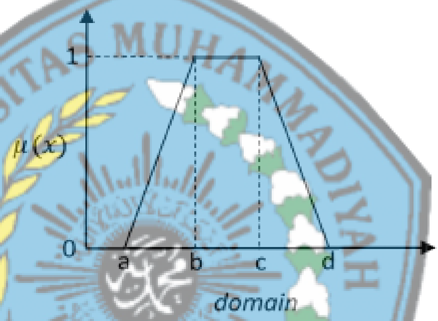
Gambar 2.7 Kurva Segitiga

Fungsi keanggotaan kurva segitiga:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right), & jika \quad a \leq x \leq b \\ \left(\frac{c-x}{c-b}\right) & \quad b \leq x \leq c \end{cases} \qquad x \leq a \; atau \; x \geq c \tag{2.3}$$

3. Representasi Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya menyerupai bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1 (Kusumadewi dan Purnomo, 2010).



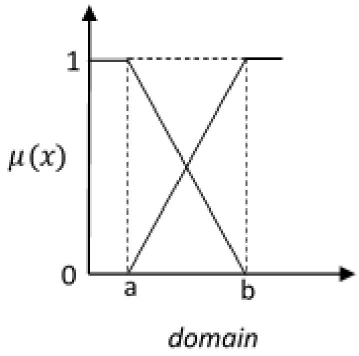
Gambar 2.8 Kurva Trapesium

Fungsi keanggotaan kurva trapesium:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \; atau \; x \geq d \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right) & a \leq x \leq b \\ \left(\frac{d-x}{d-c}\right), \; jika & c \leq x \leq d \\ 1 & b \leq x \leq c \end{cases} \tag{2.4}$$

4. Representasi Kurva Bahu

Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik turun, tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Himpunan *fuzzy* "bahu", bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah *fuzzy*. Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar.



Gambar 2.9 Kurva Bahu

Fungsi keanggotaan kurva bahu:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 \\ \left(\frac{b-x}{b-a}\right) \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right) \\ 1 \end{cases}, \ jika \ \begin{matrix} x \leq a \ atau \ x \leq b \\ a \leq x \leq b \\ a \leq x \leq b \\ x \geq a \ atau \ x \geq b \end{matrix} \tag{2.5}$$

2.6 Fuzzifikasi

Fuzzifikasi adalah suatu proses untuk mengubah suatu masukan dari bentuk tegas (*crisp*) menjadi *fuzzy* (variabel linguistik) yang biasanya disajikan dalam bentuk himpunan-himpunan *fuzzy* dengan suatu fungsi kenggotaannya masing-masing. Jika sebuah data *time series* masuk ke dalam interval u_i, maka data tersebut difuzzifikasi ke dalam A_i.

2.7 Defuzzifikasi

Defuzzifikasi adalah mengubah *output fuzzy* yang diperoleh menjadi nilai tegas menggunakan fungsi keanggotaan yang sesuai dengan saat dilakukan fuzzifikasi. Defuzzifikasi atau penegasan merupakan langkah terakhir dalam sistem logika *fuzzy*, dimana tujuannya adalah untuk mengkonversikan setiap hasil dari *inference engine* yang diekspresikan dalam bentuk *fuzzy set* ke dalam suatu bilangan *real*. Hasil dari konversi tersebut adalah aksi yang diambil oleh kendali logika *fuzzy*. Oleh karena itu, pemilihan metode deffuzifikasi yang sesuai juga turut memberikan pengaruh pada sistem kendali logika *fuzzy* dalam menghasilkan respon yang optimum (Prayogi, 2018). Pemilihan fungsi penegasan ditentukan oleh beberapa kriteria (Wang, 1997):

1. *Plausibility* (masuk akal) artinya secara intuitif bilangan tegas Z dapat diterima sebagai bilangan yang mewakili himpunan *fuzzy* kesimpulan dari semua himpunan *fuzzy output* untuk setiap aturan.
2. *Computational simpelicity* (perhitungan sederhana) artinya diharapkan perhitungan untuk menentukan bilangan penegasan kesimpulan dari semua aturan adalah sederhana.
3. *Continuity* (kontinuitas) artinya perubahan sekecil apapun pada himpunan *fuzzy output* tidak mengakibatkan perubahan besar pada bilangan penegasan.

2.8 *Fuzzy Time Series*

Fuzzy time teries (FTS) adalah metode peramalan data *time series* yang menggunakan prinsip-prinsip *fuzzy* sebagai dasarnya. FTS pertama kali dikembangkan oleh Song dan Chissom (1993) untuk meramalkan jumlah pendaftaran mahasiswa baru di Universitas Alabama. Sistem peramalan metode FTS yaitu dengan cara menangkap pola data *time series* kemudian digunakan untuk meramalkan data yang akan datang. Peramalan FTS menggunakan nilai himpunan *fuzzy* dari bilangan *real* atas himpunan semesta yang telah ditentukan. Data *time series* yang akan diramalkan diganti dengan himpunan *fuzzy* (Tauryawati dan Irawan, 2004). Jika *universe of discourse* (U) adalah himpunan semesta, $U = [u_1, u_2, \dots, u_p]$, maka suatu himpunan *fuzzy* A_i dari U dengan derajat keanggotaan umumnya dinyatakan sebegai berikut (Sumartini *et al*., 2017):

$$A_i = \frac{\mu_{A_i}(\mu_1)}{\mu_1} + \cdots + \frac{\mu_{A_p}(\mu_p)}{\mu_p} \tag{2.6}$$

Dimana $\mu_{A_i}(\mu_i)$ merupakan derajat keanggotaan dari μ_i ke A_i, dimana $\mu_{A_i}(\mu_i) \in [0,1]$ dan $1 < i \leq p$. Nilai derajat keanggotaan $\mu_{A_i}(\mu_i)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_{A_i}(\mu_i) = \begin{cases} 1 & \quad i = j \\ 0.5\ , \quad jika & i = j-1\ atau\ j+1 \\ 0 & yang\ lainnya \end{cases} \tag{2.7}$$

Hal ini dapat digambarkan sesuai aturan berikut:

Aturan 1

Jika data aktual X_t termasuk dalam μ_i, maka derajat keanggotaan untuk μ_i adalah 1 dan μ_{i+1} adalah 0.5 jika bukan μ_i dan μ_{i+1} berarti dinyatakan nol.

Aturan 2

Jika data aktual X_t termasuk dalam μ_i, $1 \leq i \leq p$ maka derajat keanggotaan untuk μ_i adalah 1, untuk μ_{i-1} dan μ_{i+1} adalah 0.5 dan jika bukan μ_i, μ_{i-1} dan μ_{i+1} berarti dinyatakan nol.

Aturan 3

Jika data aktual X_t termasuk dalam μ_i, maka derajat keanggotaan untuk μ_i adalah 1, dan untuk μ_{i-1} adalah 0.5 dan jika bukan μ_i dan μ_{i-1} berarti dinyatakan nol. (Boaisha dan Amaitik, 2010)

Definisi FTS menurut Song dan Chissom adalah sebagai berikut (Song dan Chissom, 1993):

Definisi 1

Misalkan $Y(t)(t = \cdots, 0, 1, 2, \ldots)$, himpunan bagian dari R^1, menjadi semesta pembicaraan dimana himpunan *fuzzy* $f_i(t)$ $(i = 1, 2, \ldots)$ didefinisikan dan $F(t)$ adalah kumpulan dari $f_i(t)(i = 1, 2, \ldots)$. Kemudian $F(t)$ disebut sebagai *fuzzy time series* pada $Y(t)$ $(t = \cdots,0,1,2, \ldots)$. Misalkan I dan J adalah indeks himpunan untuk $F(t-1)$ dan $F(t)$ masing-masing. Untuk lebih mudahnya, diperlukan definisi berikutnya.

Definisi 2

Jika ada $f_j(t) \in F(t)$ dimana $j \in J$, ada $f_i(t-1) \in F(t-1)$ dimana $i \in I$ sehingga ada hubungan *fuzzy* $R_{ij}(t, t-1)$ dan $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}(t, t-1)$ dimana "∘" adalah komposisi maksimal-minimal, kemudian $F(t)$ hanya disebabkan oleh $F(t-1)$.

$$f_i(t-1) \rightarrow f_j(t) \tag{2.8}$$

atau ekuivalen dengan

$$F(t-1) \rightarrow F(t) \tag{2.9}$$

Definisi 3

Jika ada $f_j(t) \in F(t)$ dimana $j \in J$ ada $f_i(t-1) \in F(t-1)$ dimana $i \in I$ dan hubungan *fuzzy* $R_{ij}(t, t-1)$ seperti $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}(t, t-1)$, misalkan $R(t, t-1) = \cup_{i,j} R_{ij}(t, t-1)$ dimana "∪" adalah operator gabungan. Kemudian $R(t, t-1)$ disebut relasi *fuzzy* antara $F(t)$ dan $F(t-1)$ kemudian didefinisikan relasi *fuzzy* sebegai berikut:

$$F(t) = F(t-1) \circ R(t, t-1) \tag{2.10}$$

Definisi 4

Misalkan $F(t)$ adalah *fuzzy time series* ($t = \ldots, 0, 1, 2, \ldots$) dan $t_1 \neq t_2$. Jika ada $f_i(t_1) \in F(t_1)$ ada sebuah $f_j(t_2) \in F(t_2)$ sehingga $f_i(t_1) = f_j(t_2)$ dan sebaliknya, kemudian didefinisikan $F(t_1) = F(t_2)$.

Definisi 5

Misalkan $R_1(t, t-1) = \cup_{i,j} R_{ij}^1(t, t-1)$ dan $R_2(t, t-1) = \cup_{i,j} R_{ij}^2(t, t-1)$ adalah dua relasi *fuzzy* antara $F(t)$ dan $F(t-1)$. Jika ada $f_j(t) \in F(t)$ dimana

$j \in J$ ada sebuah $f_i(t-1) \in F(t-1)$ dimana $i \in I$ dan relasi *fuzzy* $R_{ij}^1(t,t-1)$ dan $R_{ij}^2(t,t-1)$ sehingga $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}^1(t,t-1)$ dan $f_j(t) = f_i(t-1) \circ R_{ij}^2(t,t-1)$, kemudian didefinisikan $R_1(t,t-1) = R_2(t,t-1)$.

Definisi 6

Jika ada $f_j(t) \in F(t)$, ada sebuah integer $m > 0$ dan sebuah relasi *fuzzy* $R_a^p(t,t-m)$ sehingga $f_j(t) = \left(f_{i_1}(t-1) \times f_{i_2}(t-2) \times \ldots \times f_{i_m}(t-m)\right) \circ R_a^p(t,t-m)$ dimana "$\times$" adalah hasil kali kartesian (sistem koordinat), $j \in J$ dan $i_k \in I_k$ dimana I_k adalah himpunan indeks untuk $F(t-k)(k = 1, \ldots, m)$, kemudian $F(t)$ dikatakan disebabkan oleh $F(t-1)$, $F(t-2), \ldots, F(t-m)$. Didefinisikan $R_a(t,t-m) = \cup_p R_a^p(t,t-m)$ sebagai relasi *fuzzy* antara $F(t)$ dan $F(t-1), F(t-2), \ldots, F(t-m)$. Dinotasikan hubungan ini sebagai

$$f_{i_1}(t-1) \cap f_{i_2}(t-2) \cap \ldots \cap f_{i_m}(t-m) \rightarrow f_j(t) \quad (2.11)$$

atau ekuivalen dengan

$$F(t-1) \cap F(t-2) \cap F(t-3) \cap \ldots \cap (t-m) \rightarrow F(t) \quad (2.12)$$

dimana "$\cap$" adalah operator irisan dan persamaan relasi *fuzzy* sebagai berikut:

$$F(t) = (F(t-1) \times F(t-2) \times \ldots \times F(t-m)) \circ R_a(t,t-m) \quad (2.13)$$

Definisi 7

Pada definisi 6, dengan kondisi lain yang sama, jika terdapat relasi *fuzzy* $R_O^p(t,t-m)$ seperti $f_j(t) = (f_{i_1}(t-1) \cup f_{i_2}(t-2) \cup \ldots \cup f_{i_m}(t-m)) \circ R_O^p(t,t-m)$, kemudian $F(t)$ dikatakan disebabkan oleh keduanya $F(t-1)$ atau $F(t-2)$ atau ... atau $F(t-m)$. Menyatakan relasi ini sebagai

$$f_{i_1}(t-1) \cup f_{i_2}(t-2) \cup \ldots \cup f_{i_m}(t-m) \rightarrow f_j(t) \quad (2.14)$$

atau ekuivalen dengan

$$F(t-1) \cup F(t-2) \cup F(t-3) \cup \dots \cup F(t-m) \rightarrow F(t) \tag{2.15}$$

dan dengan persamaan relasi *fuzzy* sebagai berikut:

$$F(t) = (F(t-1) \cup F(t-2) \cup \dots \cup F(t-m)) \circ R_O(t, t-m) \tag{2.16}$$

dimana $R_O(t, t-m) = \cup_P R_O^P(t, t-m)$ dan $R_O(t, t-m)$ didefinisikan sebagai relasi *fuzzy* antara $F(t)$ dan $F(t-1)$ atau $F(t-2)$ atau ... atau $F(t-m)$. Dengan definisi di atas, dapat didefinisikan konsep urutan model dan mengklasifikasikan dua deret waktu *fuzzy* yang berbeda.

Definisi 8

Misalkan $F(t)$ disebabkan oleh $F(t-1)$ saja atau oleh $F(t-2)$ atau ... atau $F(t-m)$ $(m > 0)$. Hubungan ini dapat dinyatakan sebagai persamaan relasional fuzzy berikut:

$$F(t) = F(t-1) \circ R(t, t-1) \tag{2.17}$$

atau

$$F(t) = (F(t-1) \cup F(t-2) \cup \dots \cup F(t-m)) \circ R_O(t, t-m) \tag{2.18}$$

Kemudian persamaan (2.17) atau (2.18) disebut model orde satu dari $F(t)$

Definisi 9

Misalkan $F(t)$ disebabkan oleh $F(t-1)$, $F(t-2)$, ... , dan $F(t-m)$ $(m > 0)$ secara serentak. Hubungan ini dinyatakan sebagai persamaan relasional *fuzzy* berikut:

$$F(t) = (F(t-1) \times F(t-2) \times \dots \times F(t-m)) \circ R_a(t, t-m) \tag{2.19}$$

Kemudian persamaan (2.19) disebut model orde ke-m dari $F(t)$.

Definisi 10

Jika pada persamaan (2.17) atau (2.18) atau (2.19), relasi *fuzzy* $R(t, t-1)$ atau $R_a(t, t-m)$ atau $R_O(t, t-m)$ dari $F(t)$ tidak tergantung waktu t, dan untuk waktu yang berbeda t_1 dan t_2, $R(t_1, t_1 - 1) = R(t_2, t_2 - 1)$, atau $R_a(t_1, t_1 - m) = R_a(t_2, t_2 - m)$, atau $R_O(t_1, t_1 - m) = R_O(t_2, t_2 - m)$, kemudian $F(t)$ disebut *time-invariant fuzzy time series*. Selain itu disebut *time-variant fuzzy time series*. Pada kasus *time-invariant fuzzy time series*, terdapat persamaan dimana:

$$R(t, t-1) = R \tag{2.20}$$

$$R_a(t, t-m) = R_a(m) \tag{2.21}$$

$$R_O(t, t-m) = R_O(m) \tag{2.22}$$

Perlu dicatat bahwa umumnya pada waktu yang berbeda t_1 dan t_2, $R(t_1, t_1 - 1) \neq R(t_2, t_2 - 1)$, $R_a(t_1, t_1 - m) \neq R_a(t_2, t_2 - m)$ dan $R_O(t_1, t_1 - m) \neq R_O(t_2, t_2 - m)$. Ada dua alasan untuk hal ini: pertama, semesta pembicaraan dimana *fuzzy sets* didefinisikan mungkin berbeda pada waktu yang berbeda; kedua, nilai-nilai $F(t)$ pada waktu yang berbeda mungkin berbeda. Oleh karena itu, klasifikasi deret waktu *fuzzy* bermakna.

2.9 *Fuzzy Time Series* Model Chen

Metode *fuzzy time series* yang dikembangkan oleh Song dan Chissom memiliki perhitungan yang rumit karena masih menggunakan operasi matriks yang kompleks, sehingga Shyi-Ming Chen (1996) mengusulkan model baru yang lebih sederhana. Algoritma untuk *fuzzy time series* model Chen mencakup langkah-langkah berikut (Chen, 1996):

1. Definisikan semesta pembicaraan U, yaitu:

$$U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2] \tag{2.23}$$

dimana D_{min} adalah data terkecil, D_{max} adalah data terbesar, D_1 dan D_2 adalah bilangan positif yang ditentukan oleh peneliti. Kemudian membagi semesta pembicaraan U menjadi beberapa kelas dengan panjang interval yang sama $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$.

2. Definisikan himpunan *fuzzy* A_i pada data *time series* yang diamati berdasarkar interval $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$. Misal $A_1, A_2, \dots, A_k$ adalah himpunan *fuzzy* yang mempunyai nilai linguistik dari suatu variabel linguistik, maka cara mendefinisikan himpunan *fuzzy* $A_1, A_2, \dots, A_k$ pada semesta pembicaraan U adalah:

$$\begin{aligned} A_1 &= a_{11}/u_1 + a_{12}/u_2 + \dots + a_{1m}/u_m \\ A_2 &= a_{21}/u_1 + a_{22}/u_2 + \dots + a_{2m}/u_m \\ &\vdots \\ A_k &= a_{k1}/u_1 + a_{k2}/u_2 + \dots + a_{km}/u_m \end{aligned} \tag{2.24}$$

dimana $a_{ij} \in [0,1]$, $1 \leq i \leq k$ dan $1 \leq j \leq m$. Nilai a_{ij} menunjukkan derajat keangotaan dari u_j dalam himpunan *fuzzy* A_i. Penentu derajat untuk masing-masing A_i $(i = 1,2, \dots, m)$ yaitu jika keanggotaan maksimum dari suatu data di dalam A_k maka fuzzifikasinya dikatakan sebagai A_k. Fuzzifikasi data *time series*.

3. Membentuk *fuzzy logical relationship* (FLR) berdasarkan data *time series* kemudian tetapkan *fuzzy logical relationship group* (FLRG).

4. Defuzzifikasi hasil peramalan. Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) pada $F(t-1) = A_j$, maka peramalan $F(t)$ menggunakan aturan berikut:

Aturan 1

Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) A_j hanya ada satu ($A_j \rightarrow A_k$), maka defuzzifikasi $F(t)$ adalah nilai tengah dari interval dimana memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_k.

Aturan 2

Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) A_j lebih dari satu ($A_j \rightarrow A_{k1}, A_{k2}, \dots, A_{kp}$), maka defuzzifikasi $F(t)$ diperoleh dari rata-rata nilai tengah dari masing-masing interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada masing-masing $A_{k1}, A_{k2}, \dots, A_{kp}$.

Aturan 3

Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) A_j kosong ($A_j \rightarrow$), maka defuzzifikasi $F(t)$ diperoleh dari nilai tengah interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_j.

2.10 *Fuzzy Time Series* Model *Heuristic*

Heuristic adalah ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan penemuan baru atau sebuah pemecahan masalah. Kata ini berasa dari Bahasa Yunani yang artinya menemukan. *Heuristic* termasuk salah satu komponen pada sistem pakar yang menggunakan informasi atau pengetahuan untuk memandu menyelesaikan masalah agar lebih efisien (Hartanto, 2013). Huarng (2001) menggabungkan *heuristic knowledge* pada model Shyi-Ming Chen untuk membantu pemilihan himpunan *fuzzy* yang tepat dengan tujuan meningkatkan ketepatan hasil peramalan yang kemudian diberi nama model *Heuristic*. Model Chen dipilih karena lebih mudah dihitung, lebih mudah digabungkan dengan *heuristic knowledge*, dan juga karena hasil peramalannya lebih baik daripada model sebelumnya. Model *Heuristic* menggunakan *fuzzy logical relationship group* (FLRG) dan variabel yang relevan sebagai parameter untuk memilih himpunan *fuzzy* yang tepat untuk yang akan dijadikan FLRG *heuristic*. Algoritma untuk *fuzzy time series* model *Heuristic* mencakup langkah-langkah berikut:

1. Definisikan semesta pembicaraan U, yaitu

   $$U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2] \tag{2.25}$$

   dimana D_{min} adalah data terkecil, D_{max} adalah data terbesar, D_1 dan D_2 adalah bilangan positif yang ditentukan oleh peneliti. Kemudian membagi semesta pembicaraan U menjadi beberapa kelas dengan panjang interval yang sama $u_1, u_2, u_3, \dots, u_t$.

2. Definisikan himpunan *fuzzy* A_i pada data *time series* yang diamati. Setiap himpunan *fuzzy* A_i yang mempunyai nilai linguistik dapat didefinisikan berdasarkan interval $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$

   $$A_i = f_{A_i}(u_1)/u_1 + f_{A_i}(u_2)/u_2 + \cdots + f_{A_i}(u_t)/u_t \tag{2.26}$$

   dimana $f_{A_i}(u_k) \in [0,1]$, $1 \leq k \leq n$ menunjukkan derajat keanggotaan dari u_k dalam himpunan *fuzzy* A_i.

3. Fuzzifikasi data *time series*.

4. Membentuk *fuzzy logical relationship* (FLR) dan *fuzzy logical relationship group* (FLRG).

5. Menambahkan *heuristic knowledge* dan membentuk *fuzzy logical relationship group* (FLRG) *heuristic*.
6. Defuzzifikasi hasil peramalan. Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) *heuristic* pada $F(t-1) = A_j$, maka peramalan $F(t)$ menggunakan aturan berikut:

   Aturan 1

   Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) *heuristic* A_j kosong ($A_j \rightarrow$), maka defuzzifikasi $F(t)$ diperoleh dari nilai tengah interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_j.

   Aturan 2

   Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) *heuristic* A_j hanya ada satu ($A_j \rightarrow A_{p1}$), maka nilai tengah dari interval dimana memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_{p1}.

   Aturan 3

   Jika *fuzzy logical relationship group* (FLRG) *heuristic* A_j lebih dari satu ($A_j \rightarrow A_{p1}, A_{p2}, \dots, A_{pk}$), maka defuzzifikasi $F(t)$ diperoleh dari rata-rata nilai tengah dari masing-masing interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada masing-masing $A_{p1}, A_{p2}, \dots, A_{pk}$.

1.9 Interval Berbasis Rata – Rata

Menurut Huarng (2001) formulasi hubungan *fuzzy* dipengaruhi oleh panjang interval, dan hasil peramalan dipengaruhi oleh hubungan *fuzzy*. Salah satu metode yang efektif untuk menentukan panjang interval adalah metode berbasis rata-rata (*average based lengths*). Poin kunci pada metode ini yaitu dengan memperhatikan interval yang tidak terlalu besar atau kecil dan juga mencerminkan setengah dari fluktuasi dalam *time series* (Xihao dan Yimin, 2008), dengan algoritma sebagai berikut:

1. Menghitung semua nilai absolute selisih antara X_{t-1} dan X_t $(t = 1, 2, \dots, n-1)$ sehingga diperoleh rata-rata nilai selisih absolut sebagai berikut:

   $$mean = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}|X_{t-1} - X_t| \quad (2.27)$$

   keterangan:

   $mean$ = rata-rata nilai selisih absolut

   N = jumlah data yang digunakan

   X_t = data pada periode waktu ke - t

2. Menentukan setengah dari rata-rata yang diperoleh dari langkah 1, kemudian dijadikan sebagai panjang interval (l) dengan persamaan:

   $$l = \frac{mean}{2} \quad (2.28)$$

3. Menentukan basis dari panjang interval (l) sesuai tabulasi basis berdasarkan panjang interval yang diperoleh langkah 2.

Tabel 2.1 Basis Interval

Jangkauan	Basis
0.1 - 1.0	0.1
1.1 - 10	1
11 - 100	10
101 - 1000	100

4. Panjang interval (l) dibulatkan sesuai dengan tabel basis interval.
5. Menetukan jumlah kelas (p) dengan persamaan:

$$p = \frac{(D_{max} + D_2 - (D_{min} - D_1))}{l} \quad (2.29)$$

1.10 Pengukuran Ketepatan Hasil Peramalan

Peramalan tidak dapat terlepas dari kesalahan atau *error* meskipun menggunakan berbagai macam metode peramalan. Peramalan yang baik adalah peramalan yang hasilnya mendekati data aktual atau dengan kata lain *error* yang dihasilkan kecil. Ada beberapa ukuran yang dapat digunakan untuk menghitung ketepatan dalam peramalan diantaranya adalah sebagai berikut (Phalupy, 2013):

1. MAE (*Mean Absolute Error*)

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{n} |X_t - F_t| \quad (2.30)$$

2. MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*)

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{n} \left| \frac{X_t - F_t}{X_t} \right| \times 100\% \quad (2.31)$$

keterangan:

N = jumlah data yang digunakan

X_t = data aktual atau data *time series* pada periode ke - t

F_t = data hasil peramalan pada periode ke - t

Semakin tinggi nilai dari MAE dan MAPE yang dihasilkan maka ketepatan peramalannya sebakin rendah dan berlaku sebaliknya, semakin rendah nilai dari MAE dan MAPE maka ketepatan dari peramalannya semakin tinggi. Pada MAPE terdapat *range* nilai yang dapat dijadikan bahan pengukuran mengenai kriteria hasil peramalan, *range* nilai tersebut dapat dilihat pada tabel berikut (Chang *et al.*, 2007):

Tabel 2.2 Kriteria MAPE

Nilai MAPE	Kriteria
< 10%	Sangat Baik
10% - 20%	Baik
20% - 50%	Cukup
> 50%	Kurang

Untuk mengukur ketepatan hasil peramalan digunakan rumus berikut (Sumartini *et al.*, 2017):

$$Ketepatan\ Hasil\ Peramalan = 100\% - MAPE \qquad (2.32)$$

2.11 Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)

Saham merupakan salah satu jenis investasi yang banyak diminati investor. Menurut Bursa Efek Indonesia (BEI), saham adalah tanda penyertaan modal seseorang atau badan usaha dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Saham dikenal dengan prinsip "*High Return High Risk*", artinya berpotensi memberikan keuntungan dan resiko yang tinggi. Saham memungkinkan investor untuk mendapat keuntungan yang besar dalam waktu yang singkat, namun juga dapat membuat investor mengalami kerugian besar karena adanya fluktuasi harga saham.

.

Harga saham terbentuk karena adanya permintaan dan penawaran saham yang dilakukan oleh pelaku pasar (investor). Pergerakan harga saham di pasar modal Indonesia secara keseluruhan dapat diamati melalui Indeks Harga Saham Gabungan atau yang lebih dikenal dengan IHSG. Pertama kali IHSG diperkenalkan pada 1 April 1993 sebagai indikator pergerakan harga saham di Bursa Efek Jakarta (sekarang BEI). Menurut Anoraga dan Pakarti (2001), IHSG atau dalam Bahasa Inggris disebut IDX *Composite* (Indonesia *Composite Index*) merupakan indeks yang menunjukkan pergerakan harga saham secara umum yang tercatat di bursa efek yang menjadi acuan tentang perkembangan kegiatan di pasar modal.

Pergerakan harga saham menjadi indikator penting bagi para investor untuk menentukan apakah mereka akan menjual, menahan atau membeli suatu saham (Triyono *et al*., 2016). Bahkan saat ini indeks harga saham dijadikan barometer kesehatan ekonomi suatu negara sebagai landasan analisa statistik atas kondisi pasarterakhir, dari indeks harga saham ini dapat diketahui kondisi pasar, apakah sedang ramai, lesu, atau dalam keadaan stabil.