BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini berisi mengenai teori-teori yang berhubungan dengan metode analisis yang digunakan. Konsep dasar dalam penelitian ini meliputi kosep dasar *time series*, model intervensi, GSTAR dan metode *Generalized Least Square* (GLS) serta penjelasan tentang wisatawan mancanegara ke Indonesia.

2.1 Model Intervensi

Pola data *time series* bisa jadi dipengaruhi oleh suatu kejadian tertentu misalnya adanya suatu intervensi baik yang bersifat eksternal maupun internal. Asumsi yang digunakan adalah kejadian intervensi terjadi pada waktu T yang diketahui dari suatu *time series* (Box et al., 1994). Dalam analisis intervensi bisa diketahui besar dan lamanya efek intervensi pada suatu *time series* (Wei, 1990).

Bentuk umum dari model intervensi adalah sebagai berikut (Wei, 1990):

$$Y_t = \frac{\omega_s(B)B^b}{\delta_r(B)} I_t + n_t \qquad (2.1)$$

dimana:

Y_t= variabel respon pada waktu ke-t

I_t= variabel intervensi pada waktu t, bernilai 1 atau 0 yang menunjukkan ada tidaknya pengaruh intervensi pada waktu t, dapat berupa fungsi step (S_t) atau fungsi pulse (P_t).

n_t= komponen *error* (deret *noise*), yang mengikuti model ARIMA tanpa pengaruh intervensi

b = delay waktu mulai terjadinya efek intervensi

$\omega_s(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \cdots - \omega_s B^s$

$\delta_r(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \cdots - \delta_r B^r$

Jenis variabel intervensi dibagi menjadi dua yaitu fungsi *Step* dan *Pulse* (Box *et al*., 1994). Fungsi *step* merupakan kejadian intervensi yang terjadi sejak waktu T dan seterusnya dalam waktu yang panjang. Misalnya inflasi, krisis ekonomi dan yang baru-baru ini sedang terjadi yaitu pandemi Covid-19.

Bentuk intervensi fungsi *step* secara matematis dinotasikan sebagai berikut:

$$I_t = S_t = \begin{cases} 0\,, t \neq T \\ 1, t = T \end{cases} \quad (2.2)$$

Adapun variabel intervensi pada fungsi *pulse*, kejadian intervensi terjadi hanya pada waktu T saja dan tidak berlanjut pada waktu selanjutnya, misalnya Bom Bali Bulan Oktober 2002 dan 2005, bencana tsunami Aceh Bulan Desember 2006 dan kenaikan harga BBM Bulan Oktober 2005, Mei 2008 dan Juli 2013

(Oktanindya, 2015). Secara matematis, bentuk intervensi fungsi pulse ini dinotasikan sebagai berikut:

$$I_t = P_t = \begin{cases} 0\,, t \neq T \\ 1, t = T \end{cases} \tag{2.3}$$

Untuk mengetahui orde pada model intervensi (b, s, dan r) dapat dilihat berdasarkan plot residual data waktu intervensi dengan model ARIMA atau intervensi sebelumnya. Nilai b menunjukkan kapan efek intervensi mulai terjadi, nilai s menunjukkan kapan gerak bobot respon mulai mengalami penurunan atau kenaikan, dan r menunjukkan pola dari residual (Oktanindya, 2015).

2.2 Model *Time Series Multivariate*

Pada analisis model *time series univariate* hanya melibatkan satu variabel saja, sedangkan pada kenyataannya banyak ditemukan data *time series* yang saling berhubungan antara variabel yang satu dengan yang lainnya. Analisis *time series* yang melibatkan hubungan antara beberapa variabel merupakan model *time series multivariate*. Model time series multivariat pada umumnya digunakan untuk memodelkan dan menjelaskan interaksi serta pergerakan diantara sejumlah variabel time series yang mempunyai keterkaitan waktu-waktu sebelumnya untuk mendapatkan keakuratan pemodelan atau peramalan (Muryanto,2016).

Dalam pemodelan *time series multivariate* memiliki proses yang sama dengan pemodelan *time series univariate*, diantaranya memperhatikan stasioneritas data terhadap varians dan rata-rata (*mean*). Data *multivariate* yang tidak stasioner dalam varians akan dilakukan transformasi sedangkan data yang tidak stasioner dalam *mean* dilakukan differencing. Stationeritas data dapat dilihat melalui plot *Matrix Cross Correlation Function* (MCCF) dan *Matrix Partial Cross Correlation Function* (MPCCF) serta *Box-Cox* (Wei, 2006).

2.2.1 Stasioneritas

Pemodelan data deret waktu harus memenuhi asumsi kestasioneran. Suatu deret waktu dikatakan stasioner apabila perilaku proses tidak berubah menurut waktu atau dapat dikatakan proses berada dalam kesetimbangan. Kestasioneran berarti bahwa tidak terdapat penambahan atau penurunan pada data dari waktu ke waktu. Dikatakan stasioner apabila data berfluktuasi dengan ragam konstan dan di sekitar rataan yang konstan.

2.2.1.1 Stasioner terhadap Ragam

Bisa dilihat melalui plot data yang fluktuasi ragamnya tidak terlalu besar atau homogen. Pengujian yang sering digunakan untuk menguji kestasioneran data terhadap ragam adalah transformasi *Box-Cox*. Transformasi *Box- Cox* adalah sebagai berikut

$$T(Z_t) = Z_t^{(\lambda)} = \left\{\frac{z\,(t-1)}{\lambda},\right\} \lambda \neq 0$$

$$\ln Z_t,\ \lambda = 0$$

Dengan λ disebut sebagai parameter transformasi. Dalam transformasi Box-Cox akan diperoleh λ, dimana nantinya akan menentukan transformasi yang harus dilakukan. Nilai λ beserta aturan transformasi Box-Cox dapat dilihat seperti di bawah ini :

Tabel 2. 1 Kesetaraan Transformasi

Nilai λ	$T(X_t) =$
-1,0	$\frac{1}{X_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{X_t}}$
0,0	Ln (X_t)
0,5	$\sqrt{X_t}$
1,0	X_t

1.3.1.2 Stasioner terhadap Rata-rata

Kestasioneran terhadap rata-rata dapat diidentifikasi menggunakan uji akar unit (*unit root test*) atau ADF (*Augmented Dickey Fuller*) dan secara visual dengan menggunakan MCCF. Uji akar unit merupakan salah satu metode yang dapat digunakan pada penentuan stasioneritas terhadap rata-rata suatu data menggunakan pengujian autokorelasi. Berikut merupakan pengujian autokorelasi pada model menggunakan akar unit.

Hipotesis :

H_0 : $\hat{\varphi} = 1$ (deret tidak stasioner),

$H_1 : \hat{\varphi} < 1$ (deret stasioner)

Statistik *Augmented Dickey Fuller*:

$$T = \frac{\hat{\varphi}}{S\,\hat{\varphi}}$$

Dengan

$$\hat{\varphi} = \frac{\sum_{t=1}^{n} Z_{t-1} Z_t}{\sum_{t=1}^{n} Z_t^2}$$

$$S\hat{\varphi} = \sqrt{\frac{\sigma_\alpha^2}{\sum_{t=1}^{n} Z_{t-1}^2}}$$

$\hat{\varphi}$ = nilai duga parameter *autoregressive*

$S\hat{\varphi}$ = standar *error* $\hat{\varphi}$

Kriteria Pengujian:

Pengambilan keputusan dilakukan dengan membandingkan nilai T dan tabel *critical values dickey fuller* dimana tingkat signifikan sebesar 5%. Jika nilai $T < \tau_{(n,0.05)}$, maka H_0 diterima yang artinya data telah stasioner dengan n=1, 2, …, n.

2.2.2 *Matrix Cross Correlation Function* (MCCF)

Jika terdapat sebuah vektor time series dengan pengamatan sebanyak n, yaitu $\boldsymbol{Y}_1, \boldsymbol{Y}_2, \ldots, \boldsymbol{Y}_n$, maka persamaan MCCF dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut (Wei, 2006) :

$$\hat{\rho}(k) = [\hat{\rho}_{ij}(k)] \tag{2.4}$$

dengan $\hat{\rho}_{ij}(k)$ merupakan korelasi silang untuk komponen *series* ke-i dan ke-j yang dinyatakan dalam bentuk:

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_{i,t} - \bar{Y}_i)(Y_{j,t+k} - \bar{Y}_j)}{\left[\sum_{t=1}^{n}\left(Y_{i,t} - \bar{Y}_i\right)^2 \sum_{t=1}^{n}\left(Y_{j,t} - \bar{Y}_j\right)^2\right]^{1/2}} \tag{2.5}$$

dengan $\bar{Y}_i$dan $\bar{Y}_j$merupakan rata-rata sampel komponen series yang bersesuaian.

Persamaan matriks korelasi sampel digunakan untuk menentukan orde dalam model Moving Average (MA). Tiao dan Box (1981) dalam Wei (2006) merumuskan sebuah metode yang sesuai agar dapat meringkas penjelasan korelasi sampel, yaitu dengan menggunakan simbol (+), (-), dan (·) pada posisi baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks korelasi sampel, yaitu:

1. Simbol (+) menotasikan nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ yang lebih besar dari 2 kali estimasi standar error $(\hat{\rho}(k))$ dan menunjukkan adanya hubungan korelasi positif.
2. Simbol (-) menotasikan nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$yang kurang dari -2 kali estimasi standar error $(\hat{\rho}(k))$ dan menunjukkan adanya hubungan korelasi negatif.

3. Simbol (.) menotasikan nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$yang berada di antara ± 2 kali estimasi standar error $(\hat{\rho}(k))$ yang artinya tidak terdapat hubungan korelasi.

2.2.3 *Matrix Partial Cross Correlation Function* (MPCCF)

Dalam analisis *time series univariate*, autokorelasi parsial (PACF) berfungsi untuk menentukan orde p pada model *autoregressive* (AR(p)). Generalisasi dari konsep PACF ke dalam bentuk *vector time series* dilakukan oleh Tiao dan Box (1981) dalam Wei (2006), yang mendefinisikan sebagai matriks autoregresi parsial pada lag s dengan notasi $\boldsymbol{\mathcal{P}}(s)$, sebagai koefisien matriks terakhir ketika data diterapkan ke dalam suatu proses *vector autoregressive* (VAR) dari orde s. $\boldsymbol{\mathcal{P}}(s)$ sama dengan $\Phi_{s,s}$ dalam regresi linier multivariat, sehingga persamaan untuk matriks autoregresi parsial dinyatakan dalam bentuk (Wei, 2006) :

$$\boldsymbol{\mathcal{P}}(\mathrm{s}) = \begin{cases} \Gamma'(1)[\Gamma(1)]^{-1} & s = 1 \\ \{\Gamma'(\mathrm{s}) - \boldsymbol{c}'(\mathrm{s})[\boldsymbol{A}(s)]^{-1}\boldsymbol{b}(s)\}\{\Gamma'(0) - \boldsymbol{b}'(\mathrm{s})[A(s)]^{-1}\boldsymbol{b}(s)\}, & s > 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

Untuk s ≥ 2, maka nilai *A(s), b(s),* dan *c(s)*

$$A(s) = \begin{bmatrix} \Gamma(0) & \Gamma'(1) & \cdots & \Gamma'(\mathrm{s}-2) \\ \Gamma(1) & \Gamma(0) & \cdots & \Gamma'(\mathrm{s}-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma(\mathrm{s}-2) & \Gamma(\mathrm{s}-3) & \cdots & \Gamma(0) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{b}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma'(\mathrm{s}-1) \\ \Gamma'(\mathrm{s}-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{c}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma'(\mathrm{s}-1) \\ \Gamma'(\mathrm{s}-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Jika model dari data merupakan vector AR(p), maka

$$\boldsymbol{\mathcal{P}}(\mathrm{s}) = \begin{cases} \Phi_p, & s = p \\ 0, & s > p \end{cases} \tag{2.7}$$

Seperti halnya persamaan autokorelasi parsial pada kasus data univariate, persamaan matriks parsial autoregresi, $\boldsymbol{\mathcal{P}}(s)$ juga memiliki sifat *cut-off* untuk proses *vector* AR.

Dalam MCCF, Tiao dan Box (1981) dalam Wei (2006) mengidentifikasi data berdasarkan nilai MPCCF dengan menotasikan nilai-nilai MPCCF dalam bentuk simbol (+), (-), dan (·). Tanda (+) untuk nilai lebih besar dari 2 kali estimasi standar error ($\hat{\Phi}_p(k)$), tanda (-) untuk nilai kurang dari -2 kali estimasi standar error ($\hat{\Phi}_p(k)$), dan tanda (.) untuk nilai antara ± 2 kali estimasi standar error ($\hat{\Phi}_p(k)$).

2.3 *Akaike's Information Criterion* (AIC)

Dalam analisis *time series*, salah satu kriteria yang digunakan dalam menentukan model terbaik adalah menggunakan *Akaike's Information Criterion* (AIC) yang diperkenalkan oleh Akaike (1973) dalam Wei (2006) dengan mempertimbangkan banyaknya parameter. Kriteria AIC dalam pemilihan model terbaik yaitu suatu model yang memiliki nilai terkecil (minimum) diantara model yang ada. AIC dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$AIC(p) = \ln(|\boldsymbol{S}(p)|) + \frac{2pm^2}{n}, \tag{2.8}$$

dengan p adalah orde dari proses VAR (p = 1,2, …, $p0$) dimana $p0$ merupakan bilangan bulat positif, n adalah banyaknya observasi, m adalah banyaknya variabel, dan $|\boldsymbol{S}(p)|$ merupakan determinan dari *residual sum of square* dan perkalian silangnya, yaitu:

$$S_p = \sum_{t=p+1}^{n} \left(Z_t - \hat{\tau} - \widehat{\Phi}_1 Z_{t-1} - \cdots - \widehat{\Phi}_p Z_{t-p}\right) x \left(Z_t - \hat{\tau} - \widehat{\Phi}_1 Z_{t-1} - \cdots - \widehat{\Phi}_p Z_{t-p}\right)' \quad (2.9)$$

dimana $\hat{\tau}$ adalah vektor konstan (Wei, 2006).

2.4 Uji Heterogenitas Spasial

Dalam model GSTAR data yang digunakan memiliki karakteristik wilyah yang heterogen. Untuk mengetahui heterogenitas spasial tersebut digunakan nilai indeks Gini. Indeks Gini digunakan untuk mengukur tingkat ketimpangan yang nilainya berkisar antara 0 sampai 1. Indeks Gini dapat digunakan untuk membandingkan antara satu lokasi dengan lokasi lain. Nilai indeks Gini G = 0 artinya pemerataan sempurna atau tidak terdapat perbedaan antara lokasi satu dengan lokasi lain sehingga apabila nilai indeks gini mendekati 0 maka dikatakan homogen. Sedangkan nilai indeks Gini G = 1 artinya pemerataan tidak sempurna atau terdapat perbedaan antara lokasi satu dengan lokasi lain sehingga apabila nilai indeks gini mendekati 1 maka dikatakan heterogen. Nilai indeks Gini dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$G = 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2 \bar{y}_l} x \sum_{i=1}^{n_i} y_i \qquad (2.10)$$

dengan

G = indeks Gini

N = jumlah data

n_i= jumlah data pada lokasi ke-i

$\bar{y}_l$= rata-rata dari masing-masing variabel

2.5 Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model GSTAR merupakan sebuah model yang cenderung lebih fleksibel. Model GSTAR sebagai model generalisasi dari model STAR. Model STAR merupakan model yang dikategorikan berdasar *lag* yang berpengaruh secara linier baik dalam lokasi dan waktu (Pfeifer dan Deutsch, 1980a), Model GSTAR merupakan spesifikasi dari model VAR.

Jika diberikan $Y_i(t)$ dengan $t = \{1,2, \dots ,T\}$ dan $i = \{1,2, \dots , N\}$ merupakan indeks parameter waktu dan lokasi yang terhitung dan terbatas, maka model Space Time Autoregressive Moving Average (STARMA) dari Pfeifer dan Deustch (1980a) adalah :

$$Y(t) = \sum_{k=1}^{p} \sum_{l=0}^{\lambda k} \Phi_{kl} W^{(l)} Y(t-k) + \varepsilon(t) - \sum_{k=1}^{q} \sum_{l=0}^{mk} \theta_{kl} W^{(l)} \varepsilon(t-k) \qquad (2.11)$$

dengan

Φ_{kl} = parameter *autoregressive* pada lag waktu k dan lag spasial *l*

θ_{kl} = parameter *moving average* pada lag waktu k dan lag spasial *l*

$W^{(l)}$ = matriks bobot yang dipengaruhi oleh lokasi

(t) = *vector noise*/komponen error.

Pfeifer dan Deutsch memodelkan observasi dilokasi i pada saat t dengan kombinasi linear dari lokasi tersebut pada saat sebelumnya dan residual pada saat sebelumnya. Apabila orde p = 0, maka model (2.11) menjadi *Space Time Moving Average* (STMA) dan jika orde q = 0 menjadi model *Space Time Autoregressive* (STAR). Model STAR orde (p_1), yang berarti orde spasial adalah 1 dan orde waktu adalah p, atau ditulis STAR (p1) dari Pfeifer dan Deutsch (1980) dirumuskan sebagai berikut:

$$Y(t) = \sum_{k=1}^{p} [\Phi_{k0} W^{(0)} Y(t-k) + \Phi_{k1} W^{(1)} Y(t-k)] + \varepsilon(t) \qquad (2.12)$$

dengan

Φ_{k1} = parameter STAR pada *lag* waktu (time) *k* dan *lag* spasial 1

$W^{(l)}$ = matriks bobot ukuran ($N \times N$) pada *lag* spasial (dengan l = 0,1), dengan $W^{(0)}$ adalah matriks identitas ukuran ($N \times N$)

(t) = *vector noise*/ukuran ($N \times 1$) berdistribusi normal multivariat dengan mean nol dan matriks varians-kovarians $\sigma^2 I_N$

Y(t) = vector acak ukuran ($N \times 1$) pada waktu t, yaitu $\boldsymbol{Y}(t) = [\boldsymbol{Y}_1(t), \ldots, \boldsymbol{Y}_N(t)]'$.

Model STAR (1_1) dengan lokasi sebanyak N dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathrm{Y(t)} = \Phi_{10} I_N Y(t-1) + \Phi_{11} I_N W^{(1)} Y(t-1) + \varepsilon(t) \tag{2.13}$$

Dari model (2.13), untuk sebanyak 3 (tiga) lokasi dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_1(\mathrm{t}) = \Phi_{10} Y_1(t-1) + \Phi_{11} w_{12} Y_2(t-1) + \Phi_{11} w_{13} Y_3(t-1) + \varepsilon_1(t)$$

$$Y_2(\mathrm{t}) = \Phi_{10} Y_2(t-1) + \Phi_{11} w_{21} Y_1(t-1) + \Phi_{11} w_{23} Y_3(t-1) + \varepsilon_2(t)$$

$$Y_1(\mathrm{t}) = \Phi_{10} Y_3(t-1) + \Phi_{11} w_{31} Y_1(t-1) + \Phi_{11} w_{32} Y_2(t-1) + \varepsilon_3(t)$$

Dengan menggunakan notasi matriks untuk tiga lokasi yang berbeda dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ Y_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{10} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t-1) \\ Y_2(t-1) \\ Y_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \mathrm{w}_{11} & \mathrm{w}_{13} \\ \mathrm{w}_{21} & 0 & \mathrm{w}_{23} \\ \mathrm{w}_{31} & \mathrm{w}_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t-1) \\ Y_2(t-1) \\ Y_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \\ \varepsilon_3(t) \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Kelemahan model STAR adalah pada asumsi parameter autoregresi yaitu bahwa semua lokasi mempunyai parameter autoregresi yang sama, sehingga hanya sesuai digunakan pada lokasi yang homogen, cenderung tidak fleksibel atau kurang sesuai diterapkan pada lokasi yang heterogen (Prasetya, 2017). Untuk mengatasi kelemahan tersebut Ruchjana (2002) mengembangkan model GSTAR dengan mengasumsikan bahwa parameter setiap lokasi diperbolehkan berbeda, sehingga model GSTAR sesuai digunakan pada lokasi-lokasi penelitian yang bersifat heterogen.

Apabila diketahui data *time series* $\{Y(t) : t = 0,1,2, \dots ; i = 1,2, \dots , N\}$ adalah *time series* multivariat dari N pengamatan, maka model GSTAR dengan orde waktu AR(p) dan spasial ($\lambda_1, \lambda_2, \dots , \lambda_p$) ditulis GSTAR ($p, \lambda_1, \lambda_2, \dots , \lambda_p$) dapat dinyatakan sebagai berikut (Ruchjana, 2002).

$$Y(t) = \sum_{k=1}^{p} \Phi_{k0} Y(t-k) + \sum_{k=1}^{p} \Phi_{kl} W^{(l)} Y(t-k) + \varepsilon(t) \tag{2.15}$$

dengan

(t) = vektor acak ukuran (Nx1) pada waktu t, yaitu $(t) = [\boldsymbol{Y}_1(t), \dots , \boldsymbol{Y}_N(t)]'$

$\Phi_{k0} = diag\left(\Phi_{k0}^{(1)}, \dots, \Phi_{kN}^{(N)}\right)$ merupakan matriks koefisien parameter waktu

$\Phi_{kl} = diag\left(\Phi_{kl}^{(1)}, \dots, \Phi_{kl}^{(N)}\right)$ merupakan matriks koefisien parameter spasial

$W^{(l)}$= nilai matriks pembobot ukuran ($N \times N$) pada lag spasial ke-l, nilai pembobot yang dipilih harus memenuhi syarat $w_{ii}^{(l)} = 0$ dan $\sum_{i \neq j}^{(l)} w_{ij}^{(l)} = 0$

$\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ = vektor *error* yang memenuhi asumsi identik, independen, dan berdistribusi normal multivariat dengan mean nol dan matriks varians-kovarians $\sigma^2 I_N$.

Sebagai contoh secara umum model GSTAR pada persamaan (2.15) dengan orde waktu 1 dan orde spasial 1 pada lokasi yang berbeda atau GSTAR (1_1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathrm{Y(t)} = \Phi_{10} Y(t-1) + \Phi_{11} W Y(t-1) + \varepsilon(t) \tag{2.16}$$

Dari persamaan (2.16), model untuk tiga lokasi yang berbeda dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_1(\mathrm{t}) = \Phi_{10}Y_1(t-1) + \Phi_{11}w_{12}Y_2(t-1) + \Phi_{11}w_{13}Y_3(t-1) + \varepsilon_1(t)$$

$$Y_2(\mathrm{t}) = \Phi_{20}Y_2(t-1) + \Phi_{21}w_{21}Y_1(t-1) + \Phi_{21}w_{23}Y_3(t-1) + \varepsilon_2(t)$$

$$Y_1(\mathrm{t}) = \Phi_{30}Y_3(t-1) + \Phi_{31}w_{31}Y_1(t-1) + \Phi_{31}w_{32}Y_2(t-1) + \varepsilon_3(t)$$

Persamaan (2.16) dapat ditulis menggunakan notasi matriks untuk tiga lokasi yang berbeda seperti pada persamaan (2.17) di bawah ini.

$$\begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ Y_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{20} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t-1) \\ Y_2(t-1) \\ Y_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{21} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \mathrm{w}_{11} & \mathrm{w}_{13} \\ \mathrm{w}_{21} & 0 & \mathrm{w}_{23} \\ \mathrm{w}_{31} & \mathrm{w}_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1(t-1) \\ Y_2(t-1) \\ Y_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1(t) \\ \varepsilon_2(t) \\ \varepsilon_3(t) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.6 Model *Generalized Space Time Autoregressive With Exogenous Variables* (GSTARX)

Model GSTARX merupakan perluasan dari model GSTAR dengan melibatkan variabel eksogen (X) dalam model, sehingga tidak hanya dipengaruhi variabel itu sendiri pada periode waktu sebelumnya dan faktor lokasi tetapi juga dipengaruhi oleh variabel eksogen (X). Dalam notasi matriks persamaan model GSTARX dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y(t) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{l=0}^{\lambda_k}\left[\phi_{kl}W^{(l)}Y(t-k)\right] + \gamma_1 X(t) + \cdots + \gamma_s X(t-s+1) + e(t) \quad (2.18)$$

dengan,

n = banyaknya lokasi pengamatan yaitu i = 1,2,…,n

λ_k = orde spasial dari bentuk autoregressive orde ke-*k*

$X(t)$ = vector variabel ekogen orde ke-1 berukuran (*n x 1*) pada waktu t

$X(t-s+1)$ = vector variabel eksogen orde ke-s berukuran (*n x 1*) pada waktu $(t-s+1)$

ϕ_{kl} = *diag* $(\phi_{kl}^{(1)}, \dots, \phi_{kl}^{(1)})$ yaitu matriks diagonal parameter *autoregressive* pada lag waktu *k* dan lag spasial *l* berukuran (*n x n*)

γ_{kl} = *diag* $(\gamma_s^{(1)}, \dots, \gamma_s^{(1)})$ yaitu matriks diagonal variabel eksogen orde ke-*s* berukuran (*n x n*)

$W^{(l)}$ = matriks bobot berukuran (*n x n*) pada lag spasial *l*

$e(t)$ = vector galat berukuran (*n x 1*) pada waktu *t*

2.1.1 Identifikasi Model pada Model (GSTARX)

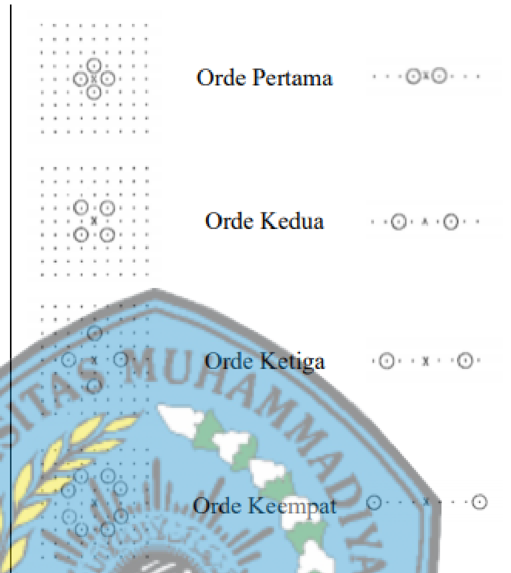
2.1.1.1 Orde Spasial

Model spasial ditandai adanya ketergantungan linier pada lokasi. Tingkat perubahan ketergantungan lokasi dinamakan orde spasial dilambangkan dengan *l*, dengan *l* = 1,2, …, λ. Orde spasial merupakan urutan berdasarkan jarak dari suatu lokasi tertentu ke seluruh lokasi yang ada disekitarnya.

Orde pertama adalah lokasi yang paling dekat dengan lokasi yang sedang diteliti, orde kedua adalah lokasi yang lebih jauh dari orde yang pertama dan lebih dekat dibanding dengan orde ketiga (Pfeifer and Deutsch, 1980a). Orde spasial pada sistem yang teratur digambarkan sebagai perubahan posisi suatu lokasi tertentu digeser ke lokasi terdekat disekitarnya dengan jarak yang sama. Pada sistem yang teratur, orde spasial adalah sistem *lattice* berupa grid bujur sangkar atau lingkaran dengan diameter tertentu (Prasetya, 2017).

Pada sistem dua dimensi pergeseran lokasi dapat ke arah kanan atau kiri (barat-timur) dan ke arah atas atau bawah (utara-selatan). Suatu kriteria yang biasa dipakai dalam sistem grid adalah pergeseran lokasi dilakukan hanya satu kali ke lokasi terdekat dengan jarak yang sama untuk setiap orde spasial. Selain itu dapat dipilih jarak minimum yang dicapai dari suatu lokasi tertentu ke lokasi terdekat disekitarnya (Ruchjana, 2002). Sebagai gambaran diberikan contoh orde spasial pada sistem satu dimensi dan dua dimensi seperti ditunjukkan pada Gambar 2.1 (Pfeifer dan Deutsch, 1980a).

Pada saat orde spasial $l = 0$ menyatakan bahwa suatu lokasi tidak mempunyai tetangga, melainkan lokasinya sendiri. Pada saat orde spasial $l = 1$ paling sedikit terdapat 4 tetangga yaitu 2 tetangga kanan-kiri dan 2 tetangga atasbawah. Semua perbedaan posisi atau jarak suatu lokasi dengan lokasi yang lainnya pada saat orde spasial 1 dijadikan satu dan diberikan suatu bobot tertentu dan begitu pula untuk orde spasial yang lebih tinggi.



Gambar 2.1 Orde Spasial Pada Satu dan Dua Dimensi

Secara umum jika $y_i\ (t)$ adalah suatu pengamatan pada lokasi ke-i dengan i = 1,2, … , N dan tetangga terdekatnya pada lokasi ke-j dengan j = 1,2, … , N serta misalnya $L^{(1)}$ menyatakan operator orde spasial l, maka orde spasial l dapat didefinisikan dengan (Ruchjana, 2002) :

$$L^{(0)} y_i(t) = y_i(t)\ untuk\ I = 0$$

$$L^{(0)} y_i(t) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(l)}\ y_i(t)\ untuk\ I \neq 0 \tag{2.19}$$

dimana $w_{ij}^{(l)}$ adalah suatu bobot tertentu yang menyatakan perbedaan posisi lokasi yang terdekat dari lokasi asal pada orde spasial l. Identifikasi orde spasial model GSTAR pada umumnya dibatasi pada orde satu karena orde yang lebih tinggi akan sulit untuk dilakukan interpretasi (Wutsqa et al., 2010). Oleh karena itu, operator orde spasial 1 dalam penelitian ini dinyatakan dengan formula (Ruchjana, 2002):

$$Ly_i(t) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_i(t). \tag{2.20}$$

Sifat-sifat bobot adalah $w_{ij} > 0$, jika lokasi ke-i dan lokasi ke-j berada dalam orde spasial 1 maka $w_{ij} \neq 0$, jika lokasi ke-i dan lokasi ke-j tidak berada dalam orde spasial 1 maka $w_{ij} = 0$, jumlah bobot untuk setiap lokasi i adalah $\sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(l)} = 1$ dan jumlah bobot untuk semua lokasi $\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(l)} = N$.

Jika (t) menyatakan vektor kolom ukuran $(N \times 1)$ dari pengamatan $y_i(t)$ dengan 1 = 1,2, … ,N, maka operator orde spasial dinyatakan :

$$L^{(0)} y_i(t) = W^{(0)} y(t) = I_N y(t), untuk\ l = 0$$

$$L^{(1)} y_i(t) = W^{(1)} y(t), untuk\ l \neq 0 \tag{2.21}$$

Operator orde spasial 1 dalam bentuk vektor cukup dinyatakan dengan:

$$Ly(t) = Wy(t). \tag{2.22}$$

Selanjutnya dalam bentuk matriks, bobot w_{ij} pada orde spasial 1 dinyatakan oleh W berupa matriks bujursangkar $(N \times N)$ sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \cdots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \cdots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

2.1.1.2 Orde Waktu

Identifikasi orde waktu pada model GSTAR tidak berbeda dengan model VARMA. Penentuan orde waktu dapat dilakukan dengan menggunakan nilai AIC yang minimum (Wei, 2006). Akan tetapi penentuan orde model berdasarkan nilai AIC tidak dapat menangkap pola seasonal, oleh karena itu penentuan orde waktu dapat dilakukan berdasarkan plot MCCF dan MPCCF yang terbentuk (Wutsqa dan Suhartono, 2010).

2.1.2 Bobot Lokasi pada Model GSTARX

2.1.2.1 Bobot *Invers* Jarak

Penentuan bobot invers jarak dilakukan berdasarkan jarak sebenarnya antar lokasi di lapangan. Penghitungan bobot dengan metode invers jarak diperoleh dari normalisasi hasil invers jarak sebenarnya.

Bentuk matrik jarak secara umum adalah:

$$D = \begin{bmatrix} d_{AA} & d_{AB} & d_{AC} \\ d_{BA} & d_{BB} & d_{BC} \\ d_{CA} & d_{CB} & d_{CC} \end{bmatrix}.$$

Kemudian matriks D tersebut distandarkan dalam bentuk W untuk memenuhi sifat bobot $\sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(l)} = 1, j \neq i$. Dengan asumsi jarak yang dekat memiliki hubungan antar lokasi yang kuat maka secara umum bobot invers jarak untuk masingmasing lokasi dapat dinyatakan dengan:

$$w_{ij} = \frac{\frac{1}{d_{ij}}}{\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{d_{ij}}}, j \neq i. \tag{2.23}$$

Dengan jumlah bobot untuk setiap lokasi adalah 1, $\sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(l)} = 1$dan $\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(l)} = N$. Diagonal matriks bobot invers w_{ij} adalah nol, karena untuk suatu lokasi dianggap tidak ada jarak dengan dirinya sendiri. Sehingga bentuk matriks invers jarak yang terbentuk adalah:

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \frac{\frac{1}{d_{AB}}}{\frac{1}{d_{AB}} + \frac{1}{d_{AC}}} & \frac{\frac{1}{d_{AC}}}{\frac{1}{d_{AB}} + \frac{1}{d_{AC}}} \\ \frac{\frac{1}{d_{BA}}}{\frac{1}{d_{BA}} + \frac{1}{d_{BC}}} & \mathbf{0} & \frac{\frac{1}{d_{BC}}}{\frac{1}{d_{BA}} + \frac{1}{d_{BC}}} \\ \frac{\frac{1}{d_{CA}}}{\frac{1}{d_{CA}} + \frac{1}{d_{CB}}} & \frac{\frac{1}{d_{CB}}}{\frac{1}{d_{CA}} + \frac{1}{d_{CB}}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Bentuk bobot invers jarak W bukan merupakan matrik yang simetris, karena matrik jarak D setelah distandarkan pada setiap lokasi harus memenuhi sifat bobot $\sum_{j=1}^{N} w_{ij}^{(l)} = 1, j \neq i$, kecuali untuk masing-masing lokasi mempunyai jarak yang sama.

2.1.2.2 Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Penentuan nilai bobot normalisasi korelasi silang dilakukan dengan menggunakan hasil normalisasi korelasi silang antar lokasi pada lag yang bersesuaian. Suhartono dan Atok (2006) memperkenalkan penggunaan bobot ini, kemudian dikembangkan oleh Suhartono dan Subanar (2006) dengan menggunakan inferensia statistik terhadap korelasi silang untuk penentuan bobot lokasinya. Secara umum korelasi silang antara lokasi ke-i dan ke-j pada lag waktu ke-k, corr $[Y_i\ (t), Y_j\ (t-k)]$, dapat dinyatakan sebagai berikut (Box, Jenkins, dan Reinsel, 2008):

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{\sigma_i \sigma_j}, k = 0, +1, +2, \ldots \tag{2.24}$$

dengan $\gamma_{ij}\ (k)$ merupakan kovarians antara pengamatan di lokasi ke-i dank ke-j, σ_i dan σ_j merupakan standar deviasi antara pengamatan di lokasi ke-i dank ke-j. Taksiran dari korelasi silang pada sampel dapat dinyatakan dalam bentuk

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}[Y_i(t) - \bar{Y}_i]\left[Y_j(t-k) - \bar{Y}_j\right]}{\sqrt{(\sum_{t=k+1}^{n}[Y_i(t) - \bar{Y}_i]^2)\left(\sum_{t=k+1}^{n}\left[Y_j(t) - \bar{Y}_j\right]^2\right)}} \tag{2.25}$$

Proses ini secara umum menghasilkan bobot lokasi untuk model GSTAR (11) seperti pada persamaan (2.26)

$$w_{ij} = \frac{r_{ij\,(1)}}{\sum_{k\neq 1}\left|r_{ij\,(1)}\right|}, \text{dengan j } \neq \text{ i dan} \sum_{k\neq 1}\left|w_{ij}\right| = 1 \qquad (2.26)$$

2.1.3 Estimasi Parameter dengan *Generalized Least Square* (GLS)

Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) merupakan suatu model sistem persamaan yang terdiri dari beberapa persamaan regresi dimana residualnya antar pengamatan dalam satu persamaan tidak berkorelasi, tetapi residual antara persamaan yang satu dengan yang lain saling berkorelasi. Informasi adanya residual yang berkorelasi antar persamaan dapat digunakan untuk memperbaiki estimasi parameter model. Jadi model SUR bisa digunakan untuk mengatasi adanya korelasi residual antar persamaan sehingga mendapatkan estimator. Model SUR diperkenalkan oleh Zellner (1962). Menurut Greene (2007), model SUR bisa diestimasi menggunakan metode Generalized Least Squares (GLS). Model SUR dengan N persamaan dimana masing-masing persamaan terdiri dari K variabel prediktor dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{gathered}
Y_1 = \beta_{10} + \beta_{11}X_{1,1} + \beta_{12}X_{1,2} + \cdots + \beta_{1K}X_{1,K} + e_1 \\
Y_2 = \beta_{20} + \beta_{21}X_{2,1} + \beta_{22}X_{2,2} + \cdots + \beta_{2K}X_{2,K} + e_2 \\
\vdots \\
Y_N = \beta_{N0} + \beta_{N1}X_{N,1} + \beta_{N2}X_{N,2} + \cdots + \beta_{NK}X_{N,K} + e_N
\end{gathered} \qquad (2.27)$$

Dengan i = 1,2 … . , N, dimana N menyatakan banyaknya persamaan dalam sistem. Model SUR pada persamaan (2.27) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_N \end{bmatrix}. \qquad (2.28)$$

Secara umum persamaan matriks (2.28) dapat ditulis pada persamaan (2.29)

$$Y_i = X_i \beta_i + e_i \qquad (2.29)$$

jika t = 0,1, …, T dengan T merupakan banyaknya pengamatan pada data time series, maka $\boldsymbol{Y}_i(t)$ merupakan vektor respon berukuran (T × 1), $\boldsymbol{X}_i$ merupakan matriks variabel independen berukuran (T × K). $\boldsymbol{\beta}_i$ merupakan vektor parameter berukuran (K × 1), dan $\boldsymbol{e}_i$ merupakan vektor residual berukuran (T × 1). Sehingga persamaan (2.29) dapat diuraikan sebagai beikut:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ \vdots \\ Y_{1T} \\ Y_{21} \\ Y_{22} \\ \vdots \\ Y_{2T} \\ \vdots \\ Y_{N1} \\ Y_{N2} \\ \vdots \\ Y_{NT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & X_{11,1} & \cdots & X_{11,K} \\ 1 & X_{12,1} & \cdots & X_{11,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1T,1} & \cdots & X_{1T,K} \end{bmatrix} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 1 & X_{21,1} & \cdots & X_{21,K} \\ 1 & X_{22,1} & \cdots & X_{21,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{2T,1} & \cdots & X_{2T,K} \end{bmatrix} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & X_{N1,1} & \cdots & X_{N1,K} \\ 1 & X_{N2,1} & \cdots & X_{N1,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{NT,1} & \cdots & X_{NT,K} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{1K} \\ \beta_{20} \\ \beta_{21} \\ \vdots \\ \beta_{2K} \\ \vdots \\ \beta_{N0} \\ \beta_{N1} \\ \vdots \\ \beta_{NK} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ \vdots \\ e_{1T} \\ e_{21} \\ e_{22} \\ \vdots \\ e_{2T} \\ \vdots \\ e_{N1} \\ e_{N2} \\ \vdots \\ e_{NT} \end{bmatrix} \qquad (2.30)$$

Asumsi yang harus dipenuhi dalam persamaan model SUR (ε) = 0 dan ($\boldsymbol{\varepsilon}$ '$\boldsymbol{\varepsilon}$) = $\sigma_{ij} I_T$ (Srivasta dan Dwivedi, 1979). Zellner (1962) mengasumsikan bahwa struktur matriks varians-kovarians pada sistem persamaan model SUR dapat dinyatakan:

$$E(\varepsilon'\varepsilon) = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & \cdots & e_N \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

Persamaan (2.31) dapat diuraikan menjadi:

$$E(\varepsilon'\varepsilon) = \begin{bmatrix} E(e_1e_1) & E(e_1e_2) & \cdots & E(e_1e_N) \\ E(e_2e_1) & E(e_2e_2) & \cdots & E(e_2e_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(e_Ne_1) & E(e_Ne_2) & \cdots & E(e_Ne_N) \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

karena $E\,(\boldsymbol{\varepsilon}\,'\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma_{ij}I_T$ sehingga dapat dituliskan

$$E(\varepsilon'\varepsilon) = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I_T & \sigma_{12}I_T & \cdots & \sigma_{1N}I_T \\ \sigma_{21}I_T & \sigma_{22}I_T & \cdots & \sigma_{2N}I_T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1}I_T & \sigma_{N2}I_T & \cdots & \sigma_{NN}I_T \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

Persamaan (2.33) apabila diuraikan dengan perkalian Kronecker (⊗) menjadi

$$E(\varepsilon'\varepsilon) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix} \otimes I_T$$

$$E(\varepsilon'\varepsilon) = \Sigma \otimes I_T = \Omega \tag{2.34}$$

Dengan $\sum = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix}$ dan $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$.

Matriks $\boldsymbol{\Sigma}$ merupakan matriks varians-kovarians error berukuran $(N \times N)$ dan I merupakan matriks identitas berukuran $(T \times T)$. Estimasi parameter model SUR dengan Metode GLS memerlukan invers dari matriks varian kovarian residual, dari persamaan (2.34) diperoleh:

$$\Omega = \Sigma \otimes I \tag{2.35}$$

menjadi

$$\Omega^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes I \tag{2.36}$$

sehingga diperoleh penaksir tak bias $\boldsymbol{\beta}$ dengan menggunakan GLS, yaitu:

$$\hat{\beta} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\,\Omega^{-1}\,Y \tag{2.37}$$

karena $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \boldsymbol{I}$, maka estimator $\hat{\beta}$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (X'(\Sigma \otimes \mathrm{I})^{-1}X)^{-1}X'(\Sigma \otimes \mathrm{I})^{-1}\,Y \text{ atau}$$

$$\hat{\beta} = (X'\Sigma^{-1} \otimes \mathrm{I}\,X)^{-1}X'^{\Sigma^{-1}} \otimes \mathrm{I}\,Y \tag{2.38}$$

Metode GLS digunakan karena GSTAR dengan variabel eksogen tidak cukup dengan penyelesaian satu tahap. Tahap 1:

$$Y_t = \omega_0 X_t + n_t, \tag{2.39}$$

Tahap 2: n_t dimodelkan dengan GSTAR, mengikuti model bentuk umum GSTAR (dengan orde spasial 1) yaitu:

$$n(t) = \sum_{k=1}^{p}[\Phi_{k0}n(t-k) + \Phi_{kl}W^{(l)}n(t-k)] + \varepsilon(t) \tag{2.40}$$

2.1.4 Regresi dengan Residual Berkorelasi

Pendugaan parameter dengan metode OLS pada analisis regresi menghasilkan estimator yang bersifat unbiased dan konsisten. Namun apabila terjadi autocorrelation pada residual dapat menyebabkan hasil estimasi $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dengan metode OLS menjadi tidak konsisten meskipun tetap unbiased (Wei, 2006). Wei (2006) mengembangkan metode estimasi parameter apabila terjadi korelasi residual antar persamaan dengan dua tahapan, yaitu:

1. Tahapan pertama adalah sebagai berikut:
   a. Membentuk model persamaan regresi yang akan diestimasi
   b. Menghitung nilai residual $\hat{\varepsilon}_i$.
2. Tahapan kedua adalah sebagai berikut:
   a. Menghitung Ω berdasarkan ϕ_j dan σ^2 dari tahap (a).
   b. Menghitung estimasi GLS, $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\Omega}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\,\boldsymbol{\Omega}^{-1}\,\boldsymbol{Y}$.
   c. Menghitung residual hasil estimasi model dengan GLS.

2.1.5 *Diagnostic Checking Model*

Diagnostic Checking dilakukan untuk mengetahui apakah model dugaan sudah memenuhi syarat kebaikan model atau belum. Suatu model dikatakan layak jika parameter model sudah signifikan dan residual dari model memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal.

Residual bersifat *white noise* apabila residual dari masing-masing data saling independen. Pendeteksian *white noise residual* dapat dilakukan dengan *Ljung-Box Test* dengan hipotesis sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = 0$ (model layak)

H_1 : minimal ada satu $\rho_k \neq 0$ (model tidak layak)

Statistik Uji:

$$Q = n(n+2)\sum_{K=1}^{K}\frac{\rho_k^2}{n-k} \tag{2.41}$$

Dengan:

N : Banyak pengamatan

ρ_k: Koefisien autokorelasi sisaan pada *lag-k*

K : *Lag* maksimum

m : Banyaknya parameter yang diduga dalam model

Kriteria Pengujian:

Dengan menggunakan $\propto = 0.05$, jika $Q < \chi^2_{(\propto:k-p-q)}$ maka H_0 diterima yang artinya residual *white noise.*

Pengujian diagnostik yang harus dipenuhi setelah sisaan yang diuji menggunakan *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut:

Hipotesis:

$H_0 : (x) = F_0(x)$ (*Residual* berdistribusi normal)

$H_1 : (x) \neq F_0(x)$ (*Residual* tidak berdistribusi normal)

Statistik uji:

$$D = sup_x|(x) - F_0(x)| \qquad (2.42)$$

dengan:

sup : Nilai supremum untuk semua x dari selisih mutlak $S(x)$ dan $F_0(x)$

$F_0(x)$: Fungsi distribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal

S(x) : Fungsi distribusi kumulatif dari data sampel

Kriteria Pengujian:

Pengujian signifikansi dilakukan dengan cara membandingkan nilai statistik uji dengan tabel. Apabila nilai statistik uji < KS_{tab} atau p-value > 0.05 maka H_0 diterima, yang artinya bahwa sisaan berdistribusi normal.

2.1.6 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Kriteria pemilihan model terbaik pada data *out-sample* dipilih berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Model terbaik didapatkan jika nilai MAPE paling kecil diantara model yang ada, hal ini sesuai dengan tujuan dari peramalan, yaitu untuk memperoleh angka ramalan dengan kesalahan sekecil-kecilnya. Besarnya nilai MAPE dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{100}{n}\sum_{t=1}^{n}\frac{\left|Y_t - \hat{Y}_t\right|}{Y_t} \qquad (2.43)$$

Dimana:

Y_t= nilai aktual pada periode waktu t

$\hat{Y}_t$= nilai ramalan untuk periode waktu t

n= banyak data hasil ramalan

Di bawah ini adalah tabel kriteria-kriteria MAPE menurut Chang PC, Wang YW, Liu CH (2007).

Tabel 2.2 Kriteria MAPE

MAPE	Pengertian
x<10%	Kemampuan peramalan sangat baik
10%< x <20%	Kemampuan peramalan baik
20%< x <50%	Kemampuan peramalan cukup
x>50%	Kemampuan peramalan buruk

2.2 Wisatawan Mancanegara

Jumlah wisatawan mancanegara adalah banyaknya wisatawan tiap tahun yang berkunjung ke suatu negara didorong oleh satu atau beberapa keperluan tanpa bermaksud memperoleh pekerjaan dan penghasilan ditempat yang dikunjungi, pada periode tertentu yang diukur dalam satuan orang. Menurut

United Nation World Tourism Organization (UNWTO) dan International Union of Office Travel Organization (IUOTO) definisi wisatawan mancanegara adalah setiap orang yang mengunjungi suatu negara diluar tempat tinggalnya, didorong oleh satu atau beberapa keperluan tanpa bermaksud memperoleh penghasilan ditempat yang dikunjungi (BPS, 2010). Definisi ini mencakup dua kategori tamu mancanegara, yaitu:

1. Wisatawan (tourist)

   Setiap pengunjung seperti definisi di atas yang tinggal paling sedikit dua puluh empat jam, akan tetapi tidak lebih dari dua belas bulan di tempat yang dikunjungi dengan maksud kunjungan antara lain:

   a) Berlibur, rekreasi dan olahraga
   b) Bisnis, mengunjungi teman dan keluarga, misis, menghadiri pertemuan, konferensi, kunjungan dengan alasan kesehatan, belajar dan keagamaan.

2. Pelancong

   Setiap pengunjung seperti definisi di atas yang tinggal kurang dari dua puluh empat jam ditempat yang dikunjungi (termasuk *cruise passenger* yaitu setiap pengunjung yang tiba di suatu negara dengan kapal atau kereta api, dimana mereka tidak menginap di akomodasi yang tersedia di negara tersebut).

2.3 Pandemi COVID-19

Coronavirus Disease 2019 atau Covid-19 merupakan penyakit baru yang dapat menyebabkan gangguan pernapasan dan radang paru. Penyakit ini disebabkan oleh infeksi *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus* 2 (SARS-CoV-2). Gejala klinis yang muncul beragam, mulai dari seperti gejala flu biasa (batuk, pilek, nyeri tenggorok, nyeri otot, nyeri kepala) sampai yang berkomplikasi berat (*pneumonia* atau *sepsis*) atau bahkan tidak bergejala sama sekali (Gorbalenya et al., 2020; Lin et al., 2020).

Covid-19 pertama kali ditemukan di Wuhan pada bulan Desember 2019 dan dilaporkan pertama kali di Indonesia pada tanggal 2 Maret 2020 sejumlah dua kasus di Depok. Virus ini menyebar dengan cepat ke berbagai Negara hampir ke seluruh dunia sehingga WHO menyatakan bahwa corona covid-19 sebagai *pandemic* global. Peningkatan status dari epidemi ke pandemi yang secara resmi diumumkan *World Health Organization* (WHO) pada tanggal 11 Maret 2020 (WHO, 2020b) tersebut menjadi salah satu kejadian luar biasa yang tidak pernah diperkirakan sebelumnya.