BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Indeks Harga Konsumen (IHK)

2.1.1 Pengertian IHK

Indeks Harga Konsumen (IHK) merupakan salah satu indikator ekonomi penting yang dapat memberikan informasi mengenai perkembangan harga barang/jasa yang dibayar oleh konsumen (BPS, 2020). Penghitungan IHK ditujukan untuk mengetahui perubahan harga dari sekelompok tetap barang/jasa yang pada umumnya dikonsumsi masyarakat. Perubahan IHK dari waktu ke waktu menggambarkan tingkat kenaikan (inflasi) atau tingkat penurunan (deflasi) dari barang/jasa kebutuhan rumah tangga sehari-hari. Tingkat perubahan IHK (inflasi/deflasi) yang terjadi, dengan sendirinya mencerminkan daya beli dari uang yang dipakai masyarakat untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari. Semakin tinggi inflasi maka semakin rendah nilai uang dan semakin rendah daya belinya (Dardiri, 2018). Perkembangan inflasi juga berdampak pada perubahan nilai aset dan kewajiban, serta nilai kontrak/transaksi bisnis. IHK/Inflasi merupakan indikator pergerakan antara permintaan dan penawaran di pasar riil, juga terkait erat dengan perubahan tingkat suku bunga, produktivitas ekonomi, nilai tukar rupiah dengan valuta asing, indeksasi anggaran dan parameter ekonomi lainnya.

IHK merupakan indikator yang sangat penting yang banyak digunakan secara luas oleh berbagai kalangan. IHK menunjukkan perubahan umum dari paket komoditas barang dan jasa yang dikonsumsi masyarakat untuk memenuhi kebutuhan hidupnya. Komoditas barang dan jasa yang dipilih dalam perhitungan IHK didasarkan pada survei pengeluaran rumah tangga atau bisa disebut dengan Survei Biaya Hidup (SBH). Adapun beberapa kegunaan utama IHK adalah sebagai berikut:

a. Sebagai indikator ekonomi.

Sebagai indikator yang paling banyak digunakan untuk mengukur inflasi di Indonesia, IHK merupakan ukuran dari efektivitas dari kebijakan ekonomi pemerintah. Presiden, DPR, dan Bank Indonesia menggunakan IHK untuk membantu merumuskan dan memantau dampak kebijakan fiskal dan kebijakan moneter. Disamping itu, pengusaha, pemimpin persatuan buruh, dan masyarakat luas juga menggunakan indeks sebagai panduan dalam membuat keputusan ekonomi.

b. Sebagai ukuran penyesuaian pendapatan.

Penyesuaian pembayaran pensiun menggunakan IHK. Pada sektor swasta, perjanjian kerja sama secara otomatis mengaitkan penyesuaian kenaikan gaji terhadap kenaikan IHK. Beberapa perusahaan swasta dan individu juga menggunakan IHK untuk menjaga kesesuaian tarif sewa dan pembayaran tunjangan sesuai dengan perubahan harga.

c. Sebagai deflator indikator ekonomi lainnya.

IHK atau komponennya sering digunakan untuk mengakomodasi perubahan harga dan menghasilkan indikator ekonomi yang telah mengeluarkan faktor inflasi. Misalnya sebagai deflator pada Produk Domestik Bruto (PDB).

Di samping itu, IHK juga memiliki kegunaan untuk:

a. Indeksasi upah dan tunjangan gaji pegawai
b. Penyesuaian nilai kontrak (*Contractual Payment*)
c. Eskalasi Nilai Proyek (*Project Escalation*)
d. Penentuan Target Inflasi (*Inflation Targetting*)
e. Indeksasi Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara (*Budget Indexation*)
f. Sebagai proksi perubahan biaya hidup (*Proxy of Cost of Living*)

2.1.2 Konsep dan Definisi dalam IHK

Terdapat beberapa konsep dan definisi yang perlu diketahui dalam pengumpulan data harga konsumen sebagai berikut (Dardiri, 2018):

a. Harga Konsumen

Harga konsumen adalah harga transaksi yang terjadi antara penjual dan pembeli secara eceran dengan pembayaran tunai. Dalam hal ini, eceran yang dimaksud adalah membeli suatu barang atau jasa dengan menggunakan satuan terkecil untuk dikonsumsi atau dipakai. Misalkan sayuran dengan satuan ikat, beras dengan satuan kg/liter, dan emas dengan satuan gram dan sebagainya.

b. Satuan

Satuan barang atau jasa dalm pencatatn data IHK (Indeks Harga Konsumen) yang dipakai adalah satuan terkecil dan standar untuk seluruh Indonesia. Satuan tersebut telah ditentukan dalam kuesioner. Contoh: kg, ons, buah, lembar, meter, gram, helai, dan sebagainya.

c. Jenis Barang dan Jasa

Barang atau jasa yang dimaksud adalah komoditi yang tercakup dalam paket komoditi kebutuhan rumah tangga yang terdapat dalam diagram timbangan IHK hasil SBH (Survei Biaya Hidup).

d. Kualitas atau Merk Barang

Kualitas atau merk barang merupakan spesifikasi dari barang atau jasa yang mempunyai lebih dari satu kualitas atau merk. Contoh: susu kental manis merk indomilk, susu coklat manis merk bendera, bus angkutan kualitas Malang-Surabaya patas, dan sebagainya.

e. Pedagang Eceran

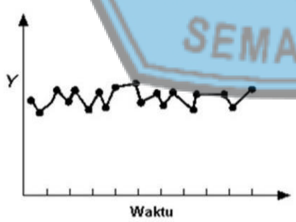
Pedagang eceran merupakan pihak yang menjual barang atau jasa kepada pembeli untuk dikonsumsi sendiri, bukan untuk diperdagangkan lagi. Lokasi pedagang eceran biasanya di area pasar dan di area luar pasar termasuk supermarket, pasar swalayan, toko-toko dan sejenisnya.

2.2 Analisis Deret Waktu

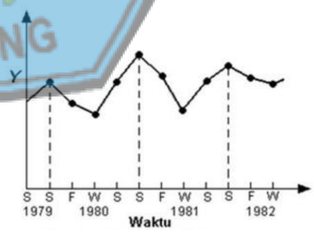
Deret waktu (*Time Series*) adalah rangkaian nilai pengamatan (observasi) yang diamati secara berurutan selama kurun waktu tertentu, pada umumnya dalam interval-interval yang sama panjang. Secara sistematis, deret waktu didefinisikan oleh nilai-nilai $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ dari suatu variabel Z untuk titik waktu $t_1, t_2, \dots, t_n$ (Wei, 2006).

Menurut Makridakis (1999:10), pola data dapat dibedakan menjadi empat, yaitu:

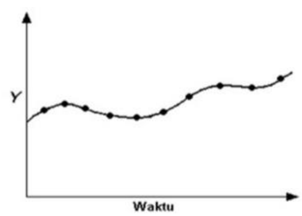
1. Pola Horizontal (H), terjadi bilamana nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan atau stasioner terhadap nilai rata-ratanya.Pola tersebut dapat dilihat pada Gambar 2(a).
2. Pola Musiman (S), terjadi bilamana suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman. Pola tersebut dapat dilihat pada Gambar 2(b).
3. Pola Siklis (C), terjadi bilamana datanya dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang seperti yang berhubungan dengan siklus bisnis.Pola tersebut dapat dilihat pada Gambar 2(c).
4. Pola Tren (T), terjadi bilamana terdapat kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data.Pola tersebut dapat dilihat pada Gambar 2(d).



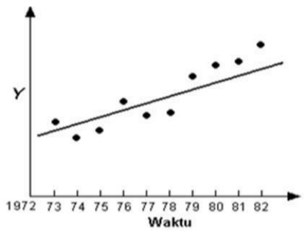
(a)



(b)



(c)



(d)

Gambar 2.1 Jenis Pola Data

2.3 Autokorelasi Spasial

Autokorelasi spasial dapat didefinisikan sebagai penilaian korelasi antar lokasi pengamatan pada suatu variabel. Jika pengamatan $y_1, y_2, \ldots, y_n$ menunjukkan saling ketergantungan atau ketertarikan terhadap ruang, maka data tersebut dikatakan terautokorelasi secara spasial. Menurut Lembo, 2006 autokorelasi spasial adalah korelasi antar variabel dengan dirinya sendiri berdasarkan ruang dan dapat diartikan sebagai ukuran kemiripan dari objek di dalam suatu ruangan (jarak, waktu, dan wilayah).

Keberadaan autokorelasi spasial dapat dinyatakan sebagai $Cov(Y_j, Y_k) = E(Y_j Y_k) - E(Y_j)$ dengan $E(Y_k) \neq 0$ untuk $j \neq k$. Y_j dan Y_k adalah pengamatan pada variabel acak dilokasi j dan k dalam ruang dan j, k dapat berupa titik, misalnya toko, balai kota, wilayah metropolitan diukur sebagai lintang dan bujur. Sedangkan area, misalnya Negara, Kabupaten atau unit sensus (Anselin, 1988).

Menurut Lee & Wong (2001) salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengetahui adanya autokorelasi spasial adalah *Moran's Index* yang merupakan indikasi untuk melihat adanya autokorelasi secara global dan digunakan untuk mengukur korelasi satu variabel, misalnya x (x_j dan x_k) dimana $j \neq k, i = 1,2, \ldots, n$ dan $k = 1$, dengan banyaknya data sebanyak n, maka rumus dari *Moran's Index* adalah $C_{jk} = (x_j - \bar{x})(x_k - \bar{x})$ dimana $j = k = 1,2, \ldots, n$. Sedangkan *Moran's Index* dapat dihitung sebagai berikut.

$$I = \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{W_{jk}} C_{jk}}{S^2 \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{W_{jk}}} = \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{W_{jk}}(x_j - \bar{x})(x_k - \bar{x})}{S^2 \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{W_{jk}}} \tag{2.1}$$

Dengan S^2 adalah variansi pada sampel dan dapat dihitung sebagai berikut:

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2}{n} \qquad (2.2)$$

Dimana:

I : Moran's Index

x_j : Nilai pada lokasi

x_k : Nilai pada lokasi

$\bar{x}$: Rata-rata dari jumlah variabel

$\boldsymbol{W_{jk}}$: Elemen pada pembobot tersandarisasi antara lokasi dan

Rentang nilai dari Moran's Index dalam kasus matriks pembobot terstandarisasi adalah $-1 \leq I \leq 1$. Nilai $-1 \leq I < 0$ menunjukkan adanya autokorelasi spasial negative, sedangkan rentang nilai $0 < I \leq 1$ menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif.

2.4 Stasioneritas Data

Suatu data dikatakan stasioner pada data *time series* jika nilai *mean* dan *varian* konstan atau tidak mengalami perubahan yang sistematik. Makridakis et al. (1992) menyatakan bentuk visual dari suatu plot data *time series* seringkali cukup untuk meyakinkan bahwa data tersebut adalah stasioner atau tidak stasioner. Akan tetapi secara formal untuk mengidentifikasi kestasioneran data dilakukan dengan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) atau dengan melihat skema matriks korelasi silang MACF dan MPACF. Jika plot MACF dan MPACF turun secara lambat maka data belum stasioner terhadap *mean* sehingga perlu dilakukan *differencing* atau pembedaan. Sebaliknya data belum stasioner pada *varian* jika nilai atas dan bawah pada lambda kurang dari nol, sehingga perlu dilakukan transformasi *Box Cox* agar data stasioner.

2.4.1 Transformasi Data

Kestasioneran dalam variansi dapat dilihat dengan plot *Box-Cox*. Data yang tidak stasioner dalam variansi, dilakukan proses transformasi. Pada proses ini biasanya menggunakan transformasi *Box-Cox*. Transformasi ini bertujuan untuk menstasionerkan data, menormalkan data, menghomogenkan variansi, dan melinierkan model regresi. Menurut Drapper & Smith (1998), transformasi *Box-Cox* hanya diberlakukan pada variabel respon Y yang bertanda positif. *Box-Cox* mempertimbangkan pada kelas transformasi dengan parameter tunggal, yaitu λ yang dipangkatkan pada variabel respon Y dengan merupakan parameter yang diduga, sehingga diperoleh model transformasinya adalah Y^{λ}.

Rumus yang digunakan dalam transformasi, sebagai berikut (Wei, 2006):

$$Y_t^{\lambda} = \frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \tag{2.3}$$

Dimana

Y_t^{λ} : Fungsi transformasi dari Y^{λ}

Y_t : Data pada waktu ke-t

λ : Nilai parameter transformasi

Tabel dibawah ini adalah beberapa nilai dengan transformasinya (Ispriyanti, 2004):

Tabel 2.1 Nilai-Nilai λ dengan Transformasinya

Nilai λ	Transformasi

-1	$\frac{1}{Y_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	Ln Y_t
0,5	$\sqrt{Y_t}$
1	Y_t

2.4.2 Pembeda Data (*Differencing*)

Data yang tidak stasioner terhadap rata-rata, perlu dilakukan proses *differencing* untuk menghasilkan data yang stasioner. Operator langkah mundur (*backward shift*) sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing* (Makridakis, Wheelwright, & McGEE, 1992). Operator *backward shift* adalah sebagai berikut:

$$BY_t = Y_{t-1} \tag{2.4}$$

Dimana

Y_t : Variabel Y pada waktu ke- t, $t = 2,3,4, \dots, t$

Y_{t-1} : Variabel Y pada waktu ke- $(t-1)$

B : *Backward Shift*

Notasi B yang ada pada Y_t mempunyai pengaruh untuk menggeser data satu periode ke belakang. Misalkan apa bila data *time series* tidak stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* pertama dari data. Rumus untuk *differencing* pertama yaitu:

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-1}$$

Dimana Y_t' adalah variabel Y pada waktu t setelah dilakukan *differencing*.

Dengan menggunakan operator *Backward Shift*, maka persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$Y_t' = Y_t - BY_t$$

Atau bisa ditulis dengan:

$$Y_t' = (1 - B)Y_t$$

Persamaan diatas merupakan *differencing* pertama yang dinotasikan oleh $(1 - B)$. Maka secara umum jika terdapat *differencing* ke-d untuk mencapai stasioner maka dapat dinotasikan dengan:

$$(1 - B)^d \text{ dengan } d \geq 1$$

2.4.3 *Uji Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Uji ADF merupakan pengujian stasioner dengan menentukan apakah data runtun waktu (*time series*) mengandung akar unit (*unit root*). Uji ADF diperkenalkan oleh David Dickey dan Wayne Fuller dengan model sederhana yang digunakan adalah $\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + e_t$ dengan $= \rho - 1$. Hipotesis yang digunakan dalam persamaan tersebut adalah

$H_0: \delta = 1$ (Terdapat *unit root* atau data tidak stasioner dalam model)

$H_1: \delta < 1$ (Terdapat *unit root* atau data stasioner dalam model)

Dapat dilakukan dengan uji statistik τ yaitu $\tau = \frac{\rho}{SE(\rho)}$. Jika statistic τ lebih besar dari nilai kritis ADF maka terima H_0 dan disimpulkan Y_t mempunyai akar unit (tidak stasioner), dan apabila statistik τ kurang dari nilai kritis ADF dengan taraf nyata tertentu atau *p-value* < 5% maka tolak H_0 dan disimpulkan Y_t tidak mempunyai akar unit atau stasioner.

2.4.4 *Matrix Autocorrelation Function* (MACF)

Suatu vektor deret waktu sebanyak pengamatan matriks korelasi sampel dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{k}) = \left[\hat{\rho}_{ij}(k)\right]$$

Dimana $\hat{\rho}_{ij}(k)$ adalah korelasi silang sampel dari komponen deret ke-i dan ke-j yaitu:

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n}(Z_{i,t}-\bar{Z}_i)(Z_{j,t+k}-\bar{Z}_j)}{\left[\sum_{t=1}^{n}(Z_{i,t}-\bar{Z}_i)^2\sum_{t=1}^{n}(Z_{j,t+k}-\bar{Z}_j)^2\right]^{1/2}} \qquad (2.5)$$

Dengan $\bar{Z}_i$ dan $\bar{Z}_j$ adalah rata-rata sampel dari komponen deret yang bersesuaian. Fungsi matriks korelasi sangat diperlukan untuk mengidentifikasi batas orde MA, bila matriks korelasi bernilai nol setelah lag ke-q maka model yang bersesuaian yaitu MA(q). Apabila dimensi dan vektornya semakin besar maka bentuk matriks dan grafik akan semakin kompleks sehingga menyulitkan dalam pengidentifikasian. Untuk memudahkan maka digunakan symbol yang dinotasikan dengan (+), (-) dan (.) pada matriks korelasi sampel ke (i,j). Simbol-simbol tersebut dapat diartikan sebagai berikut:

a. Simbol (+) diartikan sebagai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ lebih besar dari 2 kali standar error dan menunjukkan hubungan memiliki korelasi positif.
b. Simbol (-) menyatakan suatu nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ kurang dari -2 kali standar error dan menunjukkan hubungan memiliki korelasi negatif.

c. Simbol (.) menotasikan $\hat{\rho}_{ij}(k)$ berada diantara ±2 kali standar error dan menunjukkan tidak adanya korelasi (Wei, 2006).

2.4.5 *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF)

Fungsi matriks spasial korelasi sampel sangat diperlukan dalam mengidentifikasi model AR. Korelasi antara $Z(t)$ dan $Z(t+k)$ dapat diketahui setelah ketergantungan linier pada variabel $Z(t+1), Z(t+2), \dots, Z(t+k-1)$ dihilangkan. Sebagaimana dirumuskan sebagai berikut:

$$\emptyset_{kk} = \frac{Cov\,[(Z_t - \hat{Z}_t), (Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})]}{\sqrt{Var\,(Z_t - \hat{Z}_t)}\sqrt{Var(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}} \tag{2.6}$$

Dimana $\hat{Z}_t$ dan $\hat{Z}_{t+k}$ adalah rata-rata kesalahan kuadrat minimum pada estimasi regresi linier dari Z_t dan Z_{t+k} yang berdasarkan pada $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$. Korelasi parsial antara Z_t dan Z_{t+k} sama dengan koefisien regresi terakhir Z_t ketika Z_{t+k} pada lag ke-k (Wei, 2006).

Box *and* Jenkins (1976) dalam Wei (2006) menyatakan bahwa matriks fungsi korelasi parsial pada lag ke-s didefinisikan $\wp(s)$ sebagai koefisien matriks terakhir jika data diterapkan untuk suatu proses *vector autoregressive* pada orde ke -s . Ini merupakan pengembangan dari definisi fungsi parsial sampel untuk *univariate time series*. Sehingga $\wp(s)$ sama $\emptyset_{55}$ dengan dalam regresi linier multivariate. Seperti fungsi korelasi parsial untuk kasus *univariate time series*, matriks fungsi korelasi (MACF) juga bersifat terputus setelah *lag* ke-p pada model vector autoregressive (p). Untuk mengidentifikasi model *multivariate time series* juga dapat dilihat dari pola atau matriks fungsi korelasi (MACF) dan matriks fungsi korelasi parsial (MPACF), hal ini sama pada *univariate time series*.

2.5 Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model GSTAR merupakan pengembangan dari model STAR. Menurut Mansoer, Tarno, & Wilandari (2006) model GSTAR merupakan salah satu pendekatan utama yang digunakan untuk menyelesaikan data deret waktu dan lokasi dengan cara menggabungkan faktor waktu dan lokasi pada data *multivariate time series*.

Model GSTAR dengan orde (p) dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ maka dapat ditulis dengan model GSTAR $(p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ yang dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut (Borovkova, & dkk, 2008):

$$Z(t) = \sum_{s=1}^{p} \left[\Phi_{s0} Z(t-s) + \sum_{k=1}^{\lambda s} \Phi_{sk} \boldsymbol{W}^{(\boldsymbol{k})} Z(t-s) + e(t) \right] \qquad (2.7)$$

Dimana:

$Z(t)$: Data deret waktu yang sudah stasioner

p : Orde waktu *autoregressive*

λs : Orde spasial dari *autoregressive* ke- s, dimana $s = 1, 2, \dots, p$

Φ_{s0} : Parameter autoregressive pada *lag* waktu s dan *lag* spasial 0, dimana $s = 1, 2, \dots, p$

Φ_{sk} : Parameter spasial regresi dimana $k = 1, 2, \dots, \lambda s$

$\boldsymbol{W}^{(\boldsymbol{k})}$: Matriks $N \times N$ dengan nilai pembobot

$e(t)$: Ukuran vektor *white noise*

Dengan $\Phi_{s0} = diag\,(\Phi_{s0}^{1}, \dots, \Phi_{s0}^{N}), \Phi_{sk} = diag\,(\Phi_{sk}^{1}, \dots, \Phi_{sk}^{N})$ adalah matriks $N \times N$ dengan nilai pembobot yang dipilih agar memenuhi syarat $\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{ii}}^{(\boldsymbol{k})} = 0$ dan $\sum_{i \neq j} \boldsymbol{W}_{\boldsymbol{ij}}^{(\boldsymbol{k})} = 1, i = 1, 2, \dots, N$.

Persamaan merupakan bentuk model GSTAR secara umum dengan orde *autoregressive* p dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut (Suryani & Sari, 2018):

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_1(t)} \\ \boldsymbol{Z_2(t)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z_n(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(1)}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(2)}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(n)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_1(t-s)} \\ \boldsymbol{Z_2(t-s)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z_n(t-s)} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(1)}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(2)}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(n)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{W_{12}} & \cdots & \boldsymbol{W_{1n}} \\ \boldsymbol{W_{21}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{W_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{W_{n1}} & \boldsymbol{W_{n2}} & \cdots & \boldsymbol{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_1(t-s)} \\ \boldsymbol{Z_2(t-s)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z_n(t-s)} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{e_1(t)} \\ \boldsymbol{e_2(t)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{e_n(t)} \end{pmatrix}$$

Dengan $\boldsymbol{V_i(t)} = \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{W_{ij}} \boldsymbol{Z_j(t)}$ diperoleh:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_1(t)} \\ \boldsymbol{Z_2(t)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z_n(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(1)}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(2)}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(n)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_1(t-s)} \\ \boldsymbol{Z_2(t-s)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z_n(t-s)} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(1)}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(2)}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(n)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{V_1(t-s)} \\ \boldsymbol{V_2(t-s)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V_n(t-s)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{e_1(t)} \\ \boldsymbol{e_2(t)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{e_n(t)} \end{pmatrix}$$

Matriks diatas dapat ditulis dalam bentuk yang lebih sederhana, yaitu:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_1(t)} \\ \boldsymbol{Z_2(t)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z_n(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Z_1(t-s)V_1(t-s)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{Z_n(t-s)V_n(t-s)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(1)}} \\ \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(1)}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Phi_{s0}^{(n)}} \\ \boldsymbol{\Phi_{sk}^{(n)}} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \boldsymbol{e_1(t)} \\ \boldsymbol{e_2(t)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{e_n(t)} \end{pmatrix}$$

Sedangkan model umum GSTAR dengan satu orde atau GSTAR (1) dapat ditulis sebagai berikut (Borovkova, & dkk, 2008):

$$\boldsymbol{Z_i(t) = \Phi_{0j} Z_j(t-1) + \Phi_{1j} \sum_{k=1}^{3} W_{jk} Z_k(t-1) + e_j(t)}$$

2.6 Fungsi Pembobot

Menurut Mansoer, Tarno, & Wilandari (2016) hubungan spasial dalam model GSTAR dapat dinyatakan dalam matriks pembobot. Berikut adalah mac am-macam pembobot spasial yang digunakan dalam model GSTAR yaitu bobot seragam, bobot invers jarak, dan bobot normalisasi korelasi silang.

2.6.1 Bobot Seragam (*Uniform*)

Ruchjana (2002) mendefinisikan pemilihan bobot lokasi seragam sebagai:

$$\boldsymbol{W_{ij}} = \frac{1}{n_i} \tag{2.8}$$

Dengan menyatakan jumlah lokasi yang berdekatan dengan lokasi i pada spasial lag 1. Bobot pada model ini mempunyai sifat-sifat:

$$\boldsymbol{W_{ij} > 0, W_{ii} = 0, \sum_{j=1}^{N} W_{ij} = 1, \forall i,} \text{ dan } \boldsymbol{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_{ij} = N}$$

Bobot lokasi ini memberikan nilai bobot yang sama pada setiap lokasi. Oleh karena itu bobot lokasi ini sering digunakan pada data yang seragam atau mempunyai jarak yang sama untuk setiap lokasi.

Bobot $\boldsymbol{W_{ij}}$ pada lag spasial 1 dinyatakan W oleh berupa matriks nxn sebagai berikut:

$$\boldsymbol{W_{ij}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{W_{12}} & \cdots \boldsymbol{W_{1N}} \\ \boldsymbol{W_{21}} & \mathbf{0} & \cdots \boldsymbol{W_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \ddots \ \vdots \\ \boldsymbol{W_{N1}} & \boldsymbol{W_{N2}} & \cdots \ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

2.6.2 Bobot Invers Jarak

Bobot invers jarak merupakan nilai yang didapatkan dari perhitungan jarak sebenarnya antar lokasi (Susanti & Susiswo, 2013). Penentuan bobot ini dilakukan dengan normalisasi nilai-nilai invers dari jarak Euclidean antar lokasi dengan rumus sebagai berikut (Fotheringham, Brundson, & Charlton, 2000).

$$\boldsymbol{W_{ij}} = \frac{c \quad \left(1+d_{i,j}\right)^{-\alpha}}{\sum_{j\neq i} c \quad \left(1+d_{i,j}\right)^{-\alpha}} \tag{2.9}$$

Dimana $i \neq j$ dan memenuhi $\sum_{\boldsymbol{i\neq j}} \boldsymbol{W_{ij}} = 1$

Menurut Rahmadani (2011) pembobotan lokasi dengan invers jarak dapat digunakan dengan jarak sebenarnya. Pada titik pusat lokasi dapat dihitung jarak antar lokasinya dengan menggunakan koordinat lintang dan bujurnya. Pembobotan dengan invers jarak mengacu pada jarak antar lokasi, misalkan jarak diantara 4 lokasi didefinisikan:

r_1= Jarak antara lokasi 1 dengan lokasi 2

r_2= Jarak antara lokasi 1 dengan lokasi 3

r_3= Jarak antara lokasi 1 dengan lokasi 4

r_4= Jarak antara lokasi 2 dengan lokasi 3

r_5= Jarak antara lokasi 2 dengan lokasi 4

r_6= Jarak antara lokasi 3 dengan lokasi 4

Dituliskan dalam bentuk matriks:

$$\boldsymbol{W_{ij}}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \dfrac{\boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_3}}{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_3}} & \dfrac{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_3}}{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_3}} & \dfrac{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_2}}{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_3}} \\ \dfrac{\boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_5}}{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_5}} & \mathbf{0} & \dfrac{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_5}}{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_5}} & \dfrac{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_4}}{\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_5}} \\ \dfrac{\boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_6}}{\boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_6}} & \dfrac{\boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_6}}{\boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_6}} & \mathbf{0} & \dfrac{\boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_4}}{\boldsymbol{r_2} + \boldsymbol{r_4} + \boldsymbol{r_6}} \\ \dfrac{\boldsymbol{r_5} + \boldsymbol{r_6}}{\boldsymbol{r_3} + \boldsymbol{r_5} + \boldsymbol{r_6}} & \dfrac{\boldsymbol{r_3} + \boldsymbol{r_6}}{\boldsymbol{r_3} + \boldsymbol{r_5} + \boldsymbol{r_6}} & \dfrac{\boldsymbol{r_3} + \boldsymbol{r_5}}{\boldsymbol{r_3} + \boldsymbol{r_5} + \boldsymbol{r_6}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{W_{12}} & \boldsymbol{W_{13}} & \boldsymbol{W_{14}} \\ \boldsymbol{W_{21}} & \mathbf{0} & \boldsymbol{W_{23}} & \boldsymbol{W_{24}} \\ \boldsymbol{W_{31}} & \boldsymbol{W_{32}} & \mathbf{0} & \boldsymbol{W_{34}} \\ \boldsymbol{W_{41}} & \boldsymbol{W_{42}} & \boldsymbol{W_{42}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Matriks diatas distandarkan dalam bentuk $\boldsymbol{W_{ij}^{*}}$ untuk mendapatkan $\sum_{i \neq j} \boldsymbol{W_{ij}^{(1)}} = 1$ (Anggraeni et al., 2013).

2.6.3 Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Bobot normalisasi korelasi silang pertama kali diperkenalkan oleh Suhartono & Atok (2006). Menurut Subahar & Suhartono (2009), secara umum bobot korelasi silang antara lokasi ke-i dan ke-j pada *lag* waktu ke-k dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{\sigma_i \sigma_j}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$$

Dimana $\gamma_{ij}(k)$ merupakan kovarians silang antar kejadian di lokasi ke-i dan ke-j. Penaksiran dari bobot korelasi silang pada sampel dapat dihitung dengan persamaan:

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}(Z_i(t) - \bar{Z}_i)\left(Z_j(t-k) - \bar{Z}_j\right)}{\sqrt{\left(\sum_{t=1}^{n}(Z_i(t) - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^{n}\left(Z_j(t) - \bar{Z}_j\right)^2\right)}}$$

$$\boldsymbol{W_{ij}} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{i \neq j}\left|r_{ij}(k)\right|}$$

Dimana $i \neq j$ dan memenuhi $\sum_{i \neq j} \boldsymbol{W_{ij}} = 1$

2.7 Pendugaan Parameter GSTAR

Pendugaan parameter model GSTAR dilakukan pada semua bobot lokasi menggunakan metode kuadrat terkecil. Berdasarkan model GSTAR dengan orde $p = 1$ dan orde spasial 1 dimana kita dapat tuliskan $\emptyset_{ki} = \emptyset_{1k}^{(i)}$ untuk $k = 0, 1$ dapat diturunkan sebagai:

$$Z_i(t) = \emptyset_{10}^{(i)} Z_i(t-1) + \emptyset_{11}^{(i)} \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{W_{ij}}\, Z_j(t-1) + e_i(t)$$

Dengan $Z_i(t)$ menyatakan pengamatan pada $t = 0, 1, \ldots, T$ untuk lokasi $i = 1, 2, \ldots, N$ maka:

$$V_i(t) = \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{W_{ij}}\, Z_j(t) \qquad (2.10)$$

Hal ini berlaku bentuk linier yaitu $\boldsymbol{Y_i} = \boldsymbol{X_i \beta_i} + \boldsymbol{e_i}$, dimana $\boldsymbol{Y_i}$ adalah data deret waktu yang sudah stasioner.

$$\boldsymbol{Y_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z_i(1)} \\ \boldsymbol{Z_i(2)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z_i(t)} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z_i(0)} & \boldsymbol{V_i(0)} \\ \boldsymbol{Z_i(1)} & \boldsymbol{V_i(1)} \\ \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{Z_i(t-1)} & \boldsymbol{V_i(t-1)} \end{bmatrix}, \boldsymbol{e_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e_i(1)} \\ \boldsymbol{e_i(2)} \\ \vdots \\ \boldsymbol{e_i(t)} \end{bmatrix}$$

$$\beta = (\emptyset_{10}^{(1)}, \emptyset_{10}^{(2)}, \dots, \emptyset_{10}^{(N)};\ \emptyset_{11}^{(1)}, \emptyset_{11}^{(2)}, \dots, \emptyset_{11}^{(N)})$$

Persamaan model untuk semua model linier yaitu $Y = X\beta + e$ dengan

$$Y = (Y_1', \dots, Y_N')', X = diag(X_1, \dots, X_N), \beta = (\beta_1', \dots, \beta_N')', e = (e_1', \dots, e_N')'$$

Sehingga bentuk estimasi kuadrat terkecil $\hat{\beta}_T$ adalah (Borovkova, 2008):

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{T}} = [\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}]^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} \tag{2.11}$$

2.8 Uji Kelayakan Model GSTAR

Setelah mendapatkan parameter dan model yang signifikan maka langkah selanjutnya yang diperlukan adalah uji kelayakan model. Model GSTAR dikatakan layak jika memenuhi varian konstan (*white noise*). Pengujian asumsi perlu dilakukan untuk mengetahui apakah residual memenuhi asumsi *white noise*. Deret waktu r_t dikatakan *white noise* jika adalah barisan independen yang identik berdistribusi normal dengan mean dan varian terbatas. Berdistribusi normal dengan mean 0 dan varian , dapat dikatakan jika letak nilai AIC terdapat pada *lag* , maka residual memenuhi asumsi *white noise* (Tsay, 2005). Pemenuhan asumsi *white noise* dapat dilakukan dengan menggunakan uji portmanteau dengan taraf signifikansi sebesar 5%.

2.9 Pemilihan Model Terbaik

2.9.1 *Akaike's Information Creterion* (AIC)

Menurut Gusnadi (2015) metode AIC merupakan salah satu pemilihan model orde *autoregressive* (p) yang terbaik dari semua kemungkinan model yang ditentukan. Suatu model dikatakan baik jika nilai AIC-nya paling kecil.

Berikut ini merupakan perhitungan nilai $AIC\ (p)$ yaitu (Wutsqa, Suhartono, & Sutijo, 2010):

$$AIC(p) = \ln\left(\left|\hat{\sum} \boldsymbol{p}\right|\right) + \frac{2K^2p}{T}$$

Dimana:

K : Banyaknya parameter dalam model

T : Banyaknya pengamatan

$\sum^{\wedge} \boldsymbol{p}$: Matriks dugaan varian-kovarian residual

2.9.2 *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

Menurut Irawati & Tarno (2015) MAPE merupakan metode yang digunakan untuk mengukur kesalahan pada nilai dugaan model, sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk rata-rata persentase absolut residual. Menghitung MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) dapat digunakan rumus, sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t}\right|}{n} \times 100\%$$

Dengan Z_t adalah data aktual pada waktu ke-t dan $\hat{Z}_t$ adalah ramalan pada waktu ke-t, sedangkan n adalah banyaknya peramalan yang dilakukan. Semakin kecil nilai MAPE menunjukkan data hasil peramalan semakin mendekati nilai aktual. Menurut Zhang (2015) kriteria nilai MAPE yang menyatakan model layak digunakan dapat dilihat pada tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2.2 Kriteria Nilai MAPE dan RMSE

MAPE dan RMSE	Kekuatan Peramalan
<10%	Peramalan yang sangat akurat
10%-20%	Peramalan yang baik

20%-50%	Peramalan yang cukup baik
>50%	Peramalan yang tidak akurat

Berdasarkan Tabel 2.2 diatas dapat dilihat bahwa semakin kecil persentase nilai MAPE dan RMSE, maka akan semakin akurat peramalan suatu data.

2.9.3 *Root Mean Square Error* (RMSE)

RMSE merupakan salah satu metode yang digunakan untuk memilih dan menentukan model terbaik berdasarkan nilai kesalahan atau error (Irawati & Tarno, 2015). Berikut rumus menghitung nilai RMSE, yaitu:

$$RMSE = \sqrt{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(Z_t - \hat{Z}_t)^2}$$

Dimana:

Z_t : Data sebenarnya

$\hat{Z}_t$: Data hasil ramalan

n : Banyaknya ramalan yang dilakukan