BAB 2
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penduduk

Penduduk adalah warga negara Indonesia dan orang asing yang bertempat tinggal di Indonesia. Menurut Mantra (2009) penduduk adalah orang dalam matranya sebagai pribadi, anggota keluarga, anggota masyarakat, warga negara dan himpunan kuantitas yang bertempat tinggal di suatu tempat dalam batas wilayah tertentu.Kependudukan adalah hal yang berkaitan dengan jumlah, struktur, umur, jenis kelamin, agama, kelahiran, perkawinan, kehamilan, kematian, persebaran, mobilitas dan kualitas serta ketahanannya yang menyangkut politik, ekonomi, sosial, dan budaya.

Pertumbuhan penduduk mengakibatkan urbanisasi. Urbanisasi secara historis dikaitkan dengan peningkatan faktor produktivitas total yang besar. Ini berarti produktivitas suatu ekonomi umumnya meningkatkan secara substansi ketika pusat-pusat perekonomian tumbuh (Gilpin, 2002 : 19). Pengelolaan kependudukan dan pembangunan keluarga adalah upaya terencana untuk mengarahkan perkembangan kependudukan dan pembangunan keluarga untuk mewujudkan penduduk tumbuh seimbang dan mengembangkan kualitas penduduk pada seluruh dimensi penduduk. Perkembangan kependudukan adalah kondisi yang berhubungan dengan perubahan keadaan kependudukan yang dapat berpengaruh dan dipengaruhi oleh keberhasilan pembangunan berkelanjutan.

2.2 Peramalan

Peramalan merupakan usaha untuk melihat situasi dan kondisi pada masa yang akan datang dengan cara memperkirakan pengaruh situasi dan kondisi pada masa yang akan datang terhadap perkembangan di masa yang akan datang (Ginting, 2007). Menurut Assauri (1984) peramalan merupakan kegiatan untuk memperkirakan apa yang terjadi pada masa yang akan datang. Tersine (1994) menjelaskan bahwa peramalan adalah sebuah prediksi, proyeksi, atau estimasi dari ketidakpastian masa depan. Sedangkan peramalan menurut Levine *et.al.*(2000) adalah sebuah teknik yang dapat membantu perencanaan untuk masa depan berdasarkan pengalaman atau data masa lalu yang relevan.

Makridarkis *et.al.* (2000) menjelaskan bahwa perencanaan adalah suatu tugas yang dilakukan sebelum mengambil tindakan. Perencanaan biasanya merupakan pengambilan keputusan yang dilakukan lebih awal, walaupun tidak semua bentuk pengambilan keputusan merupakan perencanaan. Kegunaan dari peramalan terlihat pada saat pengambilan keputusan. Keputusan yang baik adalah keputusan yang didasarkan atas pertimbangan apa yang akan terjadi pada waktu keputusan itu dilaksanakan. Apabila kurang tepat ramalan yang kita susun, maka masalah peramalan juga merupakan masalah yang selalu kita hadapi (Ginting , 2007). Dengan demikian dapat dilihat bahwa peramalan memiliki peranan yang sangat penting, baik dalam penelitian, perencanaan maupun dalam pengambilan keputusan. Tetapi dapat diperhatikan bahwa peramalan memiliki tujuan untuk memperkecil kemungkinan kesalahan. Baik tidaknya suatu ramalan sangat bergantung pada unsur atau factor data dan metode yang digunakan.

Jenis peramalan pada umumnya dapat dibedakan dari beberapa segi tergantung dan cara melihatnya. Berdasarkan sifat ramalannya menurut Assauri (2002) ada dua pendekatan umum yang dipakai sebagai berikut :

1. Peramalan kualitatif, yaitu peramalan yang didasarkan atas data kualitatif pada masa lalu atau dengan kata lain peramalan yang didasarkan atas pemikiran yang bersifat intuisi, *judgement* atau pendapat, dan pengetahuan serta pengalaman dari penyusunnya. Metode ini penting saat data historis tidak tersedia.
2. Peramalan kuantitatif, yaitu peramalan yang didasarkan atas data kuantitatif pada data historis. Tujuan metode ini mempelajari apa yang terjadi pada masa lalu untuk prediksi nilai nilai yang akan datang. Menurut Makridarkis *et.al* (1999) metode peramalan kuantitatif dapat dibagi menjadi sebagai berikut :
    a) Metode peramalan yang didasarkan atas penggunaan analisis pola hubungan antara variabel yang akan diperkirakan dengan variabel waktu, yang merupakan deret waktu atau *time series*
    b) Metode peramalan yang didasarkan atas penggunaan analisis pola hubungan antar variabel yang akan diperkirakan dengan variabel lain yang mempengaruhi nya, yang bukan waktu atau sering disebut sebagai metode korelasi atau model regresi *("Causal methods")*

c) Rosadi (2006) *Panel* atau *Pooled* data, yakni tipe data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu pada sejumlah individu atau kategori.

2.3 Deret Waktu (Time Series)

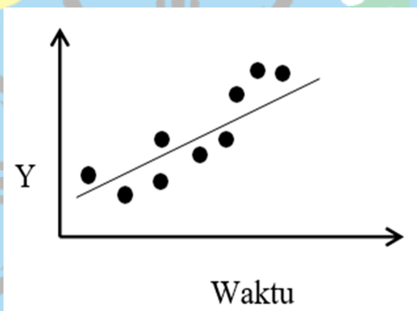
Deret berkala (*time series*) merupakan serangkaian pengamatan/observasi yang dilakukan pada waktu – waktu tertentu. Menururt Rosadi (2005) Data *time series* adalah data yang dikumpulkan, dicatat atau diobservasi berdasarkan urutan waktu, yang secara umum bertujuam untuk menemukan bentuk pola variasi dari data dimasa lampau dan menggunakan pengetahuan ini untuk melakukan peramalan terhadap sifat-sifat dari data dimasa yang akan datang. Secara sistematis suatu deret berkala dapat dirumuskan sebagai $y_1, y_2, ..., y_n$ dari sebuah peubah Z pada waktu-waktu $t_1, t_2, ..., t_n$ dengan demikian Y merupakan fungsi dari t yang dinyatakan dengan $Z = F(t)$.

Peramalan dengan menggunakan analisis deret waktu, mendasarkan hasil ramalan yang disusun atas pola hubungan antara variabel yang dicari atau diramalkan dengan variabel waktu yang merupakan satu satunya variabel yang mempengaruhi atau bebas. Dalam peramalan dengan analisis deret waktu, dilakukan usaha untuk menemukan pola deret data historis dan kemudian mengekplorasikan pola tersebut untuk masa yang akan datang. Suatu langkah yang penting dalam memilih metode analisis deret waktu adalah mempertimbangkan jenis pola yang terdapat dari data observasi (Assauri,1984).

Gunawan *et.al.* (1994) menyatakan bahwa deret berkala mengandung unsur – unsur yang digolongkan kedalam empat kelompok yang disebut dengan komponen-komponen deret berkala:

a. **Komponen Trend** *:*

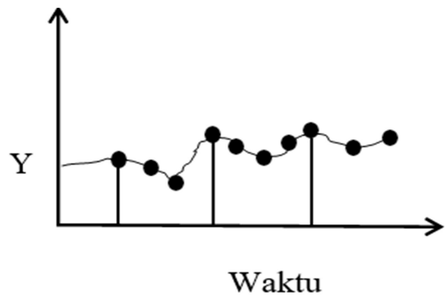
Komponen tren merujuk kepada arah umum dari grafik deret berkala yang meliputi jangka waktu yang panjang. Tren juga mempersentasikan suatu perubahan dari waktu kewaktu (cendrung naik atau turun). bentuk penurunan atau pertumbuhan data. Pola trend dapat dilihat pada gambar 2.1 dibawah



Gambar 2.1 Pola Trend

b. **Komponen Musiman *(seasonal)***

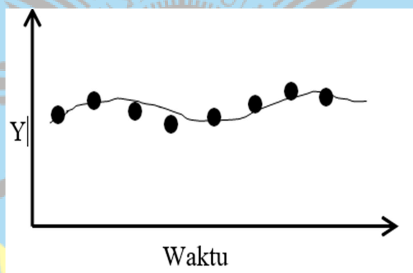
Pola durasi dalam komponen musim ini dapat berupa jam / waktu yang lebih pendek dan mempresentasikan pola berulang dengan durasi kurang dari 1 tahun dalam suatu deret berkala. Pola musiman dapat dilihat pada gambar 2.2 berikut :



Gambar 2.2 Pola Musiman

c. Komponen Siklikal *(cyclical)*

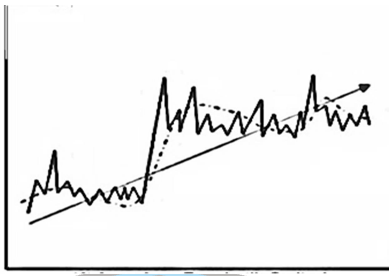
Berupa pola siklus, umumnya periode waktu relative lebih panjang dibanding musiman. Komponen siklis merujuk kepada gerakan naik atau turun dalam jangka panjang diatas atau dibawah dari garis tren.



Gambar 2.3 Pola Siklikal

d. Komponen tak beraturan *(irregular* atau *random)*

Komponen tak beraturan merujuk kepada gerakan-gerakan sporadis (jarang atau tidak merata) dari deret berkala yang disebabkan karena peristiwa-peristiwa kebetulan seperti banjir, pemogokkan,dan sebagainya. Pola tak beraturan dapat dilihat pada gambar 2.4 berikut :



Gambar 2.4 Pola Tak Beraturan

2.4 Uji Stasioneritas

Hal pertama yang harus diperhatikan adalah bahwa kebanyakan deret berkala bersifat nonstasioner. Suatu runtun waktu dikatakan stasioner jika tidak terdapat kecenderungan peningkatan atau penurunan pada data tersebut yang cukup panjang atau dengan kata lain, fluktuasi tersebut tetap konstan setiap waktu (Makridakis. 1999).

Suatu pengamatan $Z_1, Z_2, \ldots Z_n$ sebagai suatu proses stokastik, maka variabel random $Z_{t1}, Z_{t2}, \ldots Z_{tn}$ dikatakan stasioner apabila :

$$F(Z_{t1}, Z_{t2}, \ldots Z_{tm}) = F(Z_{t1+k}, Z_{t2+k}, \ldots Z_{tm+k}) \qquad (2.1)$$

Dikatakan strictly stationary apabila persamaan (2.1) terpenuhi untuk m= 1,2,…, n. Runtun waktu yang bersifat strictly stationary, waktu pengamatan tidak terpengaruh terhadap mean(μ),varians (σ^2) dan kovarians (γk) (Wei, 2006).

2.4.1 Stasioner dalam Rataan

Suatu data dapat dikatakan stasioneritas dalan rata-rata apabila fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut (Wei,2006).

Pengujian stasioneritas dalam mean menurut Saludin (2017) dapat dilakukan dengan *Unit Root Test* menggunakan *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Apabila nilai ADF lebih besar dari t-statistik maka dapat dilakatakan data sudah stasioner dan begitu sebaliknya (Kuncoro,2017:172)

Hipotesis yang digunakan :

$H_0 : \emptyset = 1$ (data tidak stasioner)

$H_1 : \emptyset < 0{,}05$ (data bersifat stasioner)

Statistik Uji :

$$t = \frac{\hat{\emptyset}}{SE(\hat{\emptyset})} \quad (2.2)$$

dengan,

$$SE = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \quad (2.2)$$

dimana:

ADF : Uji Dickey Fuller

ω : Penduga dari koefisien ω

$\hat{\omega}$: parameter AR

SE : nilai standar *error*

σ^2 : variansi

n : banyaknya pengamatan

Keputusan : H_0 ditolak jika uji ADF < 5%

Kesimpulan: JIka H_0 ditolak maka data bersifat stasioner

2.4.2 Stasioner Dalam Varian

Suatu data runtun waktu dapat dikatakan stasioner dalam varians apabila struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi yang tetap atau konstan (Wei, 2006) salah satu cara yang dilakukan untuk mengetahui apakah data bersifat stasioner atau tidak yaitu dengan membuat plot nilai pengamatan terhadap waktu.

Pengujian stasioneritas dalam varians dapat menggunakan fungsi *Box Cox Transformation* dengan melihat nilai *Rounded Value* yang dihasilkan. Dan secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot *time series,* yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. Data dikatakan non stasioner apabila data pada plot time series tidak berfluktuasi disekitaran rata-rata dan jika data belum stasioner dalam varians maka lakukan transformasi

2.5 Metode ARIMA GARCH

2.5.1 Model ARIMA

1. Model Autoregressive (AR)

Autoregressif adalah suatu bentuk persamaan regresi tapi bukan yang menghubungkan variabel tak bebas dengan variabel bebas, melainkan menghubungkan nilai-nilai sebelumnya dengan diri sendiri (masing-masing variabel) pada *time lag* (selang waktu) yang bermacam-macam. Jadi, suatu model AR dikatakan mengikuti proses AR jika lag-lag pada plot ACF menurun secara eksponensial dan banyaknya lag yang signifikan berbeda dengan nol pada plot PACF digunakan sebagai indikasi parameter p.

Bentuk umum model *autoregressive* dengan ordo AR (*p)* atau model ARIMA (*p*,0,0) yang dinyatakan sebagai berikut:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \ldots\ldots + \phi_p Z_{t-p} + e_t \qquad (2.3)$$

Makridakis(1999)

dengan :

μ : nilai konstanta

ϕ_P : parameter *autoregressive* ke-*p*

e_t : nilai kesalahan pada saat periode ke-*t*

Z_t : nilai variabel Z pada periode ke-t

2. Model Moving Average (MA)

Moving average atau rata-rata bergerak berarti nilai deret berkala pada waktu t dipengaruhi oleh unsur pada kesalahan pada saat ini dan (mungkin) unsur kesalahan pada masa lalu. Suatu deret berkala dikatakan mengikuti proses MA, jika lag-lag pada proses PACF menurun secara eksponensial dan banyaknya lag yang signifikan berbeda dengan nol pada ACF digunakan sebagai indikasi besarnya parameter q. Bentuk umum model moving average ordo ke-q MA(q) atau ARIMA(0,0,q) dapat ditulis sebagai berikut :

$$Z_t = \mu + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \ldots. - \theta_q e_{t-q} \qquad (2.4)$$

Makridakis (1999)

dengan :

μ : nilai konstanta

θ_q : parameter Moving Average ke-q

α_t : nilai kesalahan pada periode ke-t-q

3. Model Autoregressive Moving Average (ARMA)

Box – Jenkins (2008) mengatakan menggabungkan model Autoregressive (AR) dan Moving Average (MA) akan membentuk model baru, yaitu ARMA *(autoregressive moving average)* dengan orde ARMA (p,q). Model Adapun bentuk umum Persamaan *autoregressive moving average* (ARMA) yaitu gabungan dari Persamaan AR dan MA dinotasikan sebagai berikut:

$$\phi_p(B)Z_t = \mu + \theta_q(B)e_t \quad (2.5)$$

dengan

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - .... - \phi_p B^p \quad (2.6)$$

$$\phi_q(B) = (1 - \phi_1 B - .... - \phi_q B^q \quad (2.7)$$

Menurut Box – Jenkins (2008) seperti dinyatakan dalam (Purnomo , 2015) pemodelan ARMA memiliki teori dasar korelasi dan stasioneritas, maksudnya ARMA dapat digunakan ketika deret waktu telah membentuk grafik yang stasioner atau tidak membentuk tren (naik atau turun). Namun jika data pada deret berkala tidak stasioner, maka perlu dilakukan proses differensiasi untuk mengubah data dari tidak stasioner menjadi stasioner. Jika dilakukan proses pembedaan dengan ordo ke-d yakni $Z_t^d = (1-B)^d Z_t$ sehingga $Z_{1,} Z_2 .....$ menjadi deret berkala stasioner. Maka, model ARMA (p,q) dinamakan model ARIMA (*p,d,q*). Suatu proses ARIMA dapat digambarkan dengan dimensi p,d,q dengan :

AR : p ordo dari proses *autoregressive*

I : d ordo dari tingkat perbedaan (*degree of differencing*)

MA : q ordo dari proses *moving average*

2.5.2 Identifikasi Model ARIMA

Hal pertama yang perlu diperhatikan adalah bahwa kebanyakan time series bersifat non stasioner dan bahwa aspek-aspek AR dan MA dari model ARIMA hanya berkenaan dengan deret berkala yang stasioner (Makridakis *et.al.*, 1995). Model AR dan MA dari suatu data time series dapat diidentifikasi dengan melihat grafik ACF dan PACF.

1. Autocorrelation Function (ACF)

Korelasi merupakan hubungann linear antara dua variabel (Reykof dan Gerode, 2013), sedangkan autokorelasi merupakan suatu kondisi dimana terdapat hubungan antara nilai nilai suatu deret waktu yang sama pada waktu yang berbeda (Makridakis *et.al.,*1999). Pada ACF, ρ_k merupakan ukuran korelasi antara dua nilai Z_t dan Z_{t+k} dengan koefisien korelasi pada $lag - k$.

Rata-rata kedua nilai tersebut konstan dan dapat dinyatakan dengan :

$$E(Z_t) = E(Z_{t+k}) = \mu \tag{2.8}$$

Dan memiliki variansi konstan sebagai berikut :

$$\mathrm{var}(Z_t) = \mathrm{var}(Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma_z^2 \tag{2.9}$$

Fungsi autokorelasi antara Z_t dengan Z_{t+k} adalah sebagai berikut :

$$\mathrm{cov}(Z_{t,}Z_{t+k}) = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)] = \gamma_k \tag{2.10}$$

Sehingga fungsi autokorelasi antara Z_t dan Z_{t+k} adalah :

$$Corr(Z_t, Z_{t+k}) = \frac{\mathrm{cov}(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{\mathrm{var}(Z_t)}\sqrt{\mathrm{var}(Z_{t+k})}} \tag{2.11}$$

$$= \frac{\mathrm{cov}(Z_t, Z_{t+k})}{\mathrm{var}(Z_t)}$$

$$= \frac{E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]}{E(Z_t - \mu)^2}$$

$$= \frac{E[(Z_t - \mu)E(Z_{t+k} - \mu)]}{E(Z_t - \mu)^2}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{N}(Z_t - \mu)\sum_{t=1}^{n}(Z_{t+k} - \mu)}{\sum_{t=1}^{N}(Z_t - \mu)^2}$$

$$= \rho_k$$

Dimana :

Z_t : variabel acak untuk t

k : selang waktu, k

Z_{t+k} : variabel acak untuk t pada lag ke l

ρ_k : nilai fungsi autokorelasi (koefisien korelasi pada lag ke k

γ_k : niali fungsi autokovariansi pada lag ke k

2. Parcial Autocorrelation Function (PACF)

PACF menunjukan korelasi antara variabel pada saat t dan variabel pada saat $t-k$ dengan mengeluarkan seluruh pengaruh antara vairabel pada saat t dan variabel pada saat $t-k$ (Ariedianto, 2012). Menurut Wei (2006), Variansi antara Z_t dan $\hat{Z}_t$ dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$Var(Z_t - \hat{Z}_t) = E(Z_t - \hat{Z}_t)^2 = E(\varepsilon_t)^2 \quad (2.12)$$

Sedangkan variansi antara Z_{t+k} dan $\hat{Z}_{t+k}$ dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$Var(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k}) = E(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})^2 = E(\varepsilon_{t+k})^2 \quad (2.13)$$

Dan fungsi autokovarian dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \operatorname{cov}\left[(Z_t - \hat{Z}_t),(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})\right] &= E\left[\left((Z_t - \hat{Z}_t) - \mu\right)\left(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k}\right) - \mu\right] \\ &= E\left[(\varepsilon_t - \mu)(\varepsilon_{t+k} - \mu)\right] \\ &= E(\varepsilon_t - \mu)E(\varepsilon_{t+k} - \mu) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Sehingga fungsi autokorelasi parsial dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\operatorname{cov}\left[(Z_t - \hat{Z}_t),(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})\right] = \frac{\operatorname{cov}(Z_t - \hat{Z}_t),(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}{\sqrt{\operatorname{var}(Z_t - \hat{Z}_t)}\sqrt{(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}}$$

$$= \frac{E(\varepsilon_t - \mu)E(\varepsilon_{t+k} - \mu)}{\sqrt{E(\varepsilon_t)^2}\sqrt{(\varepsilon_{t+k})^2}}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{n}(\varepsilon_t - \mu)\sum_{t=1}^{n}(\varepsilon_{t+k} - \mu)}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t)^2\sqrt{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_{t+k})^2}}} \quad (2.15)$$

Dimana :

Z_t : variabel acak untuk $t = \{0,\pm1,\pm2,...\}$

Z_{t+k} : variabel acak untuk $t = \{0,\pm1,\pm2,...\}$ pada lag ke k

$\hat{Z}_t$: estimasi variabel acak untuk $t = \{0,\pm1,\pm2,...\}$

$\hat{Z}_{t+k}$: estimasi variabel acak untuk $t = \{0,\pm1,\pm2,...\}$ pada lag ke k

ε : nilai *error*

k : selang waktu, $k = \{0,1,2,...\}$

P_k : nilai fungsi autokorelasi parsial pada *lag* ke k

μ : rata-rata variabel acak

Tabel berikut merupakan identifikasi orde model AR dan MA dengan plot ACF dan PACF.

Tabel 2.1. Pola Grafik ACF dan PACF

Proses	ACF	PACF
AR(p)	Dies down (menurun secara eksponensial)	Cut Off (terputus) setelah lag-q
MA(q)	Cut Off (terputus) setelah lag-q	Dies down (menurun secara eksponensial)

ARMA(p,q)	Dies down (menurun secara eksponensial) setelah lag(q,p)	Dies down (menurun secara eksponensial) setelah lag(q,p)

2.5.3 Estimasi Parameter ARIMA

Tahap estimasi parameter digunakan untuk mengetahui parameter AR, MA, differencing (jika ada), dan konstanta signifikan atau tidak. Untuk estimasi parameter model ARIMA dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode, yaitu metode Moment, Metode Least Square, Metode *Maximum Likelihood*. Pada penelitian ini menggunakan metode *Maximum Likelihood*

Misalkan z adalah variabel acak yang diketahui fungsi probabilitasnya $f(z;\beta)$, dengan β adalah parameter yang tidak diketahui. Misalkan $z_1......z_n$ adalah sampel acak dari n pengamatan, maka fungsi likelihood sampel tersebut adalah (Montgomery,2001) :

$$L(\beta) = L(\beta; z_1,......z_n) = \prod_{i=1}^{n} f(z_i;\beta)$$

Kemudian persamaan $L(\beta)$ tersebut diturunkan terhadap β untuk memperoleh penaksiran maksimum. Dalam banyak kasus, penggunaan turunan akan lebih mudah bekerja pada logaritma natural dari $L(z_1,.....z_n;\beta)$, yaitu

$$\frac{\partial \ln L(z_1,....z_n;\beta)}{\partial \beta} = 0$$

Untuk pengujian signifikansi parameter menggunakan uji t-student Misalkan β adalah suatu parameter pada model ARIMA dan $\hat{\beta}$ adalah taksiran dari β maka pengujian signifikansi parameter dapat dinyatakan sebagai berikut:

Hipotesis :

$H_0 : \beta = 0$ (parameter β tidak signifikan dalam model)

$H_0 : \beta \neq 0$ (parameter β signifikan dalam model)

Statistik Uji :

$$t_{hitung} = \frac{\beta}{SE(\hat{\beta})} \quad (2.16)$$

Dimana,

$\hat{\beta}$: nilai estimasi parameter

SE :standar error

Keputusan : Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}}$ dimana α adalah taraf signifikansi atau p-value < α (0,01)

Kesimpulan: Tolak H_0 yang berarti model telah signifikan.

2.5.4 Diagnostic Checking

Diagnosting Checking pada residual meliputi pemeriksaan asumsi White Noise. Dan Asumsi Normalitas. White Noise merupakan suatu bentuk variabel acak yang tidak saling berkorelasi dari distribusi tertentu. Menurut Wei (2006), proses *white noise* ditentukan dengan rata rata yang konstan :

$$E(Z_t) = \mu = 0 \quad (2.17)$$

Proses ini juga memiliki variansi yang konstan :

$$\text{var}(Z_t) = \sigma^2 \quad (2.18)$$

dan kovarians

$$\operatorname{cov}(Z_t, Z_{t-k}) = \gamma_k = 0 \qquad (2.19)$$

Dimana :

Z_t : variabel acak

Z_{t+k} : variabel acak pada saat k

γ_k : niali fungsi autokovariansi pada lag ke k

k : selang waktu, k

μ : rata-rata variabel acak

t : waktu

σ^2 : variansi dari variabel acak

Plot data pada proses white noise yang stasioner tidak mengandung unsur trend, hanya saja jarak antar data pada plot white noise lebih rapat dari pada plot data stasioner. Selanjutnya pengujian normalitas digunakan untuk menguji apakah suatu data berdistribusi normal atau tidak. Uji Normalitas dapat digunakan untuk mengukur data berskala ordinal, interval atau rasio. Menurut Rosadi(2012), salah satu oengujian normalitas data, yaitu menggunakan pendekatan grafik. Selain itu, normalitas juag dapat diketahui dengan membandingkan nilai *Jarque Bera* (JB) dan nilai *Chi Square* table (Ansofino, 2016).

Hipotesis yang digunakan:

$H_0 : \mu = 0$ (*error* berdistribusi normal)

$H_1 : \mu \neq 0$ (*error* tidak berdistribusi normal)

Statistik uji :

$$JB = \frac{n}{2}\left(S_K^2 \frac{(K_u - 3)^2}{4} \right) \quad (2.20)$$

Dan untuk estimasi skewnwss dan kurtosis digunakan statistik S_k dan K yang didefenisikan sebagai berikut :

$$S_k = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Z_t - \mu)^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(Z_t - \mu)^2\right)^{3/2}} \quad (2.21)$$

$$K_u = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Z_t - \mu)^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(Z_t - \mu)^2\right)^{2}} \quad (2.22)$$

Dimana :

Z_t : variabel acak untuk semua $t = \{0, \pm 1, \pm 2, ...\}$

μ : nilai ekspektasi variabel acak (rata-rata variabel acak)

S_K : skewness

K_u : kurtosis

Keputusan : Jika JB hitung > *Chi Square* table maka H_0 ditolak

Kesimpulan : Jika H_0 ditolak, maka *error* tidak berdistribusi normal

2.5.5 Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas digunakan untuk menguji apakah dalam suatu model terjadi ketidaksamaan varians atau residual dari suatu pengamatan ke pengamatan yang lain. Menurut Effendi dan Setiawan (2014), untuk menguji heteroskedastisitas yaitu dengan menggunakan metode White.

Hipotesis

$H_0 : \sigma_t^2 = \sigma^2$ (homoskedastisitas)

$H_0 : \sigma_t^2 \neq \sigma^2$ (heteroskedastisitas)

Statistik Uji :

$$\chi^2 = n.R^2 \quad (2.23)$$

dengan,

$$R^2 = \frac{(\hat{Z}-\bar{Z})^2}{(Z-\bar{Z})^2} \quad (2.24)$$

dimana,

n : banyaknya pengamatan

R^2 : koefisien determinasi

χ^2 :distribusi chi-square

$\hat{Z}$:estimasi variabel terikat

$\bar{Z}$:rata-rata variabel terikat

Z :variabel terikat

Keputusan : Jika $\chi^2{}_{hitung} > \chi^2{}_{tabel}$ maka H_0 ditolak

Kesimpulan : Jika H_0 ditolak maka ada heteroskedastisitas didalam model.

2.5.6 Model ARCH

Model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) merupakan model *autoregresivve* yang terjadi dalam keadaan variansi tidak konstan. Variansi yang tidak konstan ini merupakan ukuran ketidakpastian dari data *time series* yang ditunjukan dengan adanya fluktuasi yang menyebabkan adanya gejala heteroskedastisitas. Pada tahun 1982 Engle menunjukan model ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)* untuk memodelkan dan mengatasi data asumsi dengan varians dan residual yang bersifat heteroskedastisitas.

Model ARCH dengan orde p dinotasikan ARCH(p) dinyatakan dalam dua persamaan yaitu persamaan rata-rata dan persamaan variansnya.

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 Z_{1t} + \varepsilon_t \quad (2.25)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 \quad (2.26)$$

Dengan:

$Z = variabel\ independen$
$\varepsilon = residual$
$\sigma_t^2 = varians\ residual$
$a_1 \varepsilon_{t-1}^2 = komponen\ ARCH$

Komponen komponen dalam varians residual terdiri dari dua komponen, yaitu konstanta dan residual dari periode sebelumnya. Itulah sebabnya model ini disebut model bersyarat (*condotional)* karena varians residual periode sekarang(t) dipengaruhi oleh periode periode sebelumnya.

Untuk menguji ada atau tidaknya gejala heteroskedastisitas pada suatu data *time series* digunakan Uji ARCH-*Lagrange Multiplier.* Uji ARCH-LM ini bekerja dengan melihat variansi residual bukan hanya fungsi dari variabel independen tetapi tergantung pada residual kuadrat pada periode sebelumnya.

Hipotesis :

$H_0 = a_1 = \cdots = \alpha_p = 0$ (tidak terdapat efek ARCH)

$H_0 = a_1 \neq 0, i = 1,2.., p$ (terdapat efek ARCH)

Taraf signifikansi atau $\alpha = 5\%$

Kriteria Keputusan :

Ho ditolak jika Fhitung > $\alpha = 5\%$

2.5.7 Model GARCH

GARCH merupakan salah satu pendekatan untuk memodelkan runtun waktu dengan kondisi error bervariasi menurut waktu (heteroskedastisitas). GARCH dianggap memberikan hasil yang lebih sederhana karena menggunakan lebih sedikit parameter sehinnga mengurangi tingkat kesalahan dalam perhitunggan. Konsep dasar dari GARCH adalah varians tidak hanya dipengaruhi oleh residual yang lampau tetapi juga oleh lag varians kondisional itu sendiri. Menurut Wei(2006), bentuk umum model GARCH(*m,p)* dapat didefenisikan sebagai berikut :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_m\varepsilon_{t-m}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 \ldots + \beta_p\sigma_{t-p}^2 \qquad (2.27)$$

dimana :

σ_t^2 : variansi *error* pada saat *t*

ε_t : error pada saat *t*

α, β : parameter GARCH

m, p : orde GARCH

2.6 Radial Basic Function (RBF)

Radial Basis Function (RBF) merupakan salah satu metode dari *Neural Network* yang menggunakan metode pembelajaran dan pelatihan. Dalam konteks *neural network,* salah satu bagian terpenting dari konsep jaringan saraf adalah terjadinya proses pembelajaran. Pembelajaran didefenisikan sebagai suatu proses rangsangan atau penerimaan informasi yang berkesinambungan oleh lingkungan. Tujuan utama dari proses pembelajaran adalah melakukan pengaturan terhadap bobot bobot yang ada pada jaringan saraf, sehingga diperoleh bobot akhir yang tepat sesuai pola data yang dilatih. RBF memiliki metode pembelajaran yang cukup unik. Dimana metode ini menggabungkan metode *supervised learning* dengan *unsupervised learning*

1. *Supervised Learning*

   Supervised Learning merupakan pembelajaran yang pada proses nya 1 input telah diberikan pada satu neuron di lapisan input dan akan dijalankan disepanjang jaringan saraf sampai ke neuron pada lapisan output. Hasil output yang diperoleh akan dicocokan dengan pola target, apabila terjadi perbedaan maka akan muncul error. Jika nilai error cukup besar, akan dilakukan pembelajaran terawasi yaitu menghasilkan pemetaan vektor *input* ke nilai *output* sehingga diperoleh *output* yang sesuai dengan target. Pengubahan nilai bobot dilakukan untuk mencapai tujuan ini.

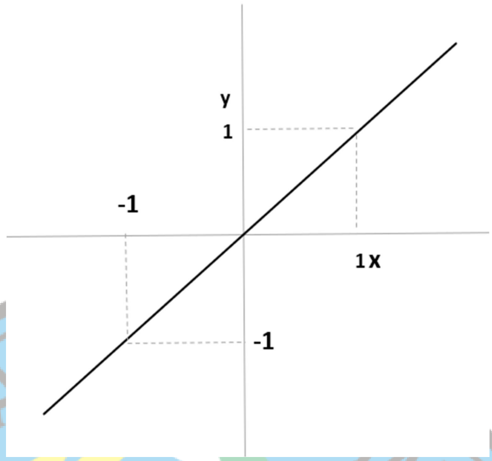
2. *Unsupervised Learning*

Pada proses ini, nilai bobot disusun dalam suatu interval atau range tertentu tergantung dari nilai input yang diberikan. Pembelajaran ini bertujuan untuk mengelompokan unit-unit yang hampir serupa dalam area tertentu.Setelah dilakukannya tahap pembelajaran selanjutnya dilakukan pengujian terhadap suatu pola masukan yang belum pernah dilatih (data *testing*) dengan bobot bobot yang telah diperoleh dari tahap pelatihan. Dengan proses ini diharapkan menghasilkan error minimum pada bobot-bobot hasil pelatihan.

2.6.1 Model Radial Basis Function

Model Radial Basis Function (RBF) terdiri dari 3 lapisan, yaitu lapisan input *(input layer*), lapisan tersembunyi (*hidden layer*) dan lapisan output (*output layer*). Pada lapisan input terdapat input yang kemudian dibawa kelapisan tersembunyi yang akan memproses data input secara nonlinear dengan fungsi aktivasi. Output dari lapisan tersembunyi selanjutnya diproses di lapisan output secara linear.

Fungsi aktivasi adalah fungsi yang digunakan untuk menentukan keluaran suatu *neuron.* Salah satu fungsi aktivasi yang sering digunakan adalah fungsi linear (Identitas). Fungsi linear memiliki nilai output yang sama dengan nilai inputnya. Fungsi linear dirumuskan sebagai (Fausett,1994) :



Gambar 2.5 Fungsi Aktivasi : Fungsi Linear

Model RBF menggunakan fungsi basis sebagai fungsi aktivasi untuk setiap neuron pada lapisan tersembunyi. Beberapa fungsi basis adalah sebagai berikut (Hanrahan, 2011) :

- Fungsi Gaussian

$$\phi(z) = exp\left(\frac{-z^2}{2\sigma_{ij}^2}\right) \tag{2.28}$$

- Fungsi Multikuadratik

$$\phi(z) = \left(z^2 + \sigma_{ij}^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.29}$$

- Fungsi Invers Multikuadratik

$$\phi(z) = \frac{1}{(z^2+\sigma_{ij}^2)^{\frac{1}{2}}} \tag{2.30}$$

Dengan *z* adalah jarak (norm) *Euclidean* antara *input* z=1,2,....p dengan pusat *neuron* tersembunyi $\mu_{ij,}j = 1,2, \dots . m$ yang dirumuskan dengan :

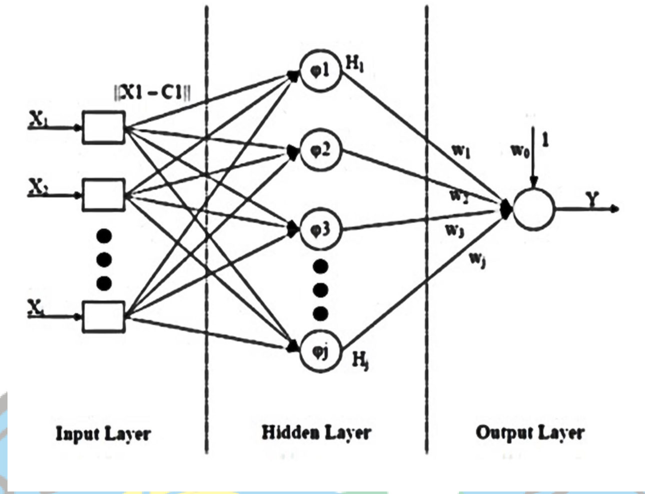
$$\|z_i - \mu_{ij}\|$$

σ_{ij}^2 = varians *neuron* tersembunyi ke − j.

Fungsi aktivasi yang sering digunakan dalam RBF adalah fungsi Gaussian pada lapisan tersembunyi dan fungsi aktivasi linear pada lapisa *output.* Digunakan fungsi Gaussian karena fungsi Gaussian bersifat lokal yaitu nilai fungsi akan menuju 0 ($\phi \to 0$) jika nilai z menuju takhingga ($z \to \infty$), dan nilai fugsi menuju satu ($\phi \to 1$) jika nilai z menuju nol ($z \to 0$)

2.6.2 Struktur Jaringan Radial Basis Function

Jaringan syaraf tiruan fungsi radial basis function adalah suatu jenis jaringan dengan cara kerja meniru jaringan saraf manusia yang terdiri dari berlapis lapis neuron yang bekerja bersama sama untuk memecahkan sesuatu (Purwitasari *et.al.* , 2011). Jaringan syaraf Radial Basic Function (RBF) diperkenalkan pertama kali oleh Moody dan Darken pada tahun 1989. Jaringan syaraf tiruan RBF merupakan jaringan syaraf dengan arsitektur multilayer. Struktur algoritma JST RBF (Haykin, 2009) dapat dilihat pada Gambar 2.6



Gambar 2.6 Arsitektur Jaringan RBF

Pada arsitektur RBF diatas, terdapat *p input* pada lapisan input, *m* fungsi basis sebagai fungsi aktivasi neuron pada lapisan tersembunyi, dan 1 *neuron* pada lapisan *output. Output y* yang diperoleh dari model RBF merupakan hasil kombinasi linaer dari bobot $\{W_{ij}\}_{j=1}^{m}$ dengan fungsi aktivasi $\phi_j(z)$ dan dirumuskan sebagai berikut (Orr, 1996):

$$y = \sum_{J=1}^{m} W_j \phi_j(z) \qquad (2.31)$$

Dengan :

m = banyak fungsi aktivasi *neuron* tersembunyi

W_j = bobot *output* ke-j

$\phi_j(z)$= fungsi aktivasi *neuron* tersembunyi ke-j

Berdasarkan fungsi Gaussian diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\phi_j(z) = exp\left(-\frac{\|z-\mu_j\|^2}{2\sigma_j^2}\right)$$
$$= exp\left[-\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{z_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{z_i-\mu_j}{\sigma_j}\right)^2 \ldots\ldots + \left(\frac{z_p-\mu_m}{\sigma_m}\right)^2\right\}\right] \tag{2.32}$$

Dengan :

z_i = variabel input ke − i, i = 1,2 … p

μ_j = pusat neuron tersembunyi ke − j, j − 1,2 … m

σ_j = simpangan baku *neuron* tersembunyi ke − j, j = 1,2, … m

2.6.3 Transformasi

Transformasi merupakan proses normalisasi nilai menjadi kisaran 0,1 dan 0,8. Normalisasi data dilakukan dengan tujuan agar memperoleh data dalam ukuran yang lebih sedikit dibandingkan data asli tanpa menghilangkan karateristik dari data asli itu sendiri. Normalisasi merupakan proses penskalaan nilai atribut dari data sehingga bisa jatuh pada range tertentu. Rumus dari normalisasi yaitu:

$$Z^* = \frac{0,8(x - \min(x))}{\max(x) - \min(x)} + 0,1 \tag{2.33}$$

Keterangan :

Z^* : nilai setelah ditransfromasi

Z :nilai sebelum ditransformasi

$\min(Z)$:nilai minimum dari fitur

$\max(Z)$:nilai maksimum dari fitur

2.6.4 .*K-means* Cluster

Radial Basis Function memiliki salah satu ciri dimana pada fungsi aktivasinya membutuhkan nilai pusat dan varians neuron tersembunyi. Metode *K-means* ini mengelompokan data *input* menjadi beberapa kelompok atau kluster sehingga nilai pusat dan varians setiap kluster dapat dihitung. Pusat kluster adalah rata-rata (means) kluster tersebut.

Algoritma metode *k-means* adalah sebagai berikut (Johnson & Winchern, 2007):

1. Tentukan *k* kluster dengan *k* nilai pusat.
2. Tempatkan setiap obyek pada kelompok yang mempunyai jarak terdekat dengan pusat, hitung kembali nilai pusat baru
3. Ulangi langkah 2 sampai nilai pusat lama sama dengan nilai pusat baru.

2.6.5 Metode Kuadrat Terkecil (*Least Square)*

Desain jaringan syaraf tiruan RBF membentuk pemetaan non-linier dari variabel input ke lapisan tersembunyi dan pemetaan linear dari lapisan tersembunyi ke lapisan output. Oleh karena itu, model RBF mengoptimalkan lapisan output. Ini dapat dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.

Metode kuadrat terkecil dimaksudkan untuk memudahkan pemecahan masalah optimasi bila diterapkan pada analisis regresi. Dalam skripsi ini menggunakan metode kuadrat terkecil untuk menentukan nilai bobot dengan nilai *error* minimum. Pada metode ini dikenal dengan istilah *training set* yang memuat elemen-lemen pasangan nilai-nilai dari variabel input dan variabel output. Model linear yang digunakan adalah $y = \sum_{j=1}^{m} w_j \phi_j(z)$ dan training set $\{(z_j \hat{y}_j)\}_{i=1}^{n}$ maka prinsip kuadrat terkecil adalah meminimalkan jumlah kuadrat kesalahan (*sum square error (SSE))* :

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y)^2 \tag{2.34}$$

Kemudian akan ditentukan nilai optimum untuk bobot ke-*j*. Pertama diturunkan fungsi SSE menjadi :

$$\frac{\partial s}{\partial w_j} = 2 \sum_{i=1}^{n} (y - \hat{y}_i) \frac{\partial y}{\partial \omega_j} \tag{2.35}$$

Berdasarkan persamaan (2.31) diperoleh :

$$\frac{\partial y}{\partial \omega_j} = \phi_j(z) \tag{2.36}$$

Selanjutnya persamaan (2.36) disubtitusikan ke persamaan (2.34) dan di sama dengan kan dengan nol, sehingga diperoleh :

$$\sum_{i=1}^{n} (y - \hat{y}_{i)}\, \phi_j(z) = 0 \tag{2.37}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y\, \phi_j(z_i) = x_i = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i \phi_i(z_i) \tag{2.38}$$

Karena *j*=1,2.. m maka diperoleh persamaan seperti persamaan (2.38) untuk menentukan *m* bobot. Untuk memperoleh penyelesaian tunggal, persamaan (2.38) ditulis dengan notasi vektor, maka menjadi :

$$\boldsymbol{\phi}_j^T \boldsymbol{y} = \boldsymbol{\phi}_j^T \hat{\boldsymbol{y}} \tag{2.39}$$

dengan :

$$\boldsymbol{\phi}_j = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_j(\boldsymbol{x}_1) \\ \boldsymbol{\phi}_j(\boldsymbol{x}_2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\phi}_j(\boldsymbol{x}_n) \end{bmatrix}, \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_1 \\ \boldsymbol{y}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_n \end{bmatrix}, \widehat{\boldsymbol{y}} = \begin{bmatrix} \widehat{\boldsymbol{y}}_1 \\ \widehat{\boldsymbol{y}}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\boldsymbol{y}}_n \end{bmatrix}$$

Karena ada *m* persamaan untuk setiap nilai *j,* maka persamaan 2.39 dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_1^T \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{\phi}_2^T \boldsymbol{y} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\phi}_m^T \boldsymbol{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_1^T \widehat{\boldsymbol{y}} \\ \boldsymbol{\phi}_2^T \widehat{\boldsymbol{y}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\phi}_m^T \widehat{\boldsymbol{y}} \end{bmatrix}$$

Menggunakan hukum perkalian vektor, persaman diatas dapat ditulis menjadi :

$$\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi}^T \widehat{\boldsymbol{y}} \tag{2.40}$$

dengan :

$$\boldsymbol{\Phi} = [\phi_1 \; \phi_2 \ldots \phi_m]$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi_1(z_1) & \cdots & \phi_m(z_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(z_n) & \cdots & \phi_m(z_n) \end{bmatrix}$$

Matriks $\boldsymbol{\Phi}$ disebut matriks desain. Komponen ke-*i* dan $\boldsymbol{y}$ ketikabobot pada nilai optimum adalah (Howlett & Jain, 2001) :

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{n} w_j \, \phi_j(z) = \bar{\boldsymbol{\phi}}_j^T \bar{\boldsymbol{w}} \tag{2.41}$$

dengan:

$$\bar{\boldsymbol{\Phi}}_i = \begin{bmatrix} \phi_1(z_1) \\ \phi_2(\boldsymbol{z}_2) \\ \vdots \\ \phi_m(\boldsymbol{x}_i) \end{bmatrix}$$

akibatnya $\boldsymbol{\phi_j}$ adalahsalah satu kolom dari $\boldsymbol{\Phi}$ dan $\bar{\boldsymbol{\phi}}_j^T$ adalah salah satu baris dari $\boldsymbol{\Phi}$**.** Oleh karena itu, berdasarkan persamaan (2.41) diperoleh :

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y_1} \\ \boldsymbol{y_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1^T \widehat{w} \\ \phi_2^T \widehat{w} \\ \vdots \\ \phi_n^T \widehat{w} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}\widehat{\boldsymbol{w}} \tag{2.42}$$

Persamaan (2.42) disubtitusikan ke persamaan (2.41) menjadi :

$$\boldsymbol{\Phi}^T \widehat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{y}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^T \widehat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{\Phi}^T\, \boldsymbol{\Phi}\widehat{\boldsymbol{w}} \tag{2.43}$$

Jika nilai *invers* dari $\boldsymbol{\Phi}^T\, \boldsymbol{\Phi}$ dapat ditentukan, maka nilai bobot optimum dapat dicari dengan persamaan berikut :

$$\widehat{\boldsymbol{w}} = (\boldsymbol{\Phi}^T\, \boldsymbol{\Phi})^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \widehat{\boldsymbol{y}} \tag{2.44}$$

$$\widehat{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{A}^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \widehat{\boldsymbol{y}} \tag{2.45}$$

Pada beberapa kasus nilai *invers* dari $\boldsymbol{\Phi}^T\, \boldsymbol{\Phi}$ tidak dapat ditentukan karena $\boldsymbol{\Phi}^T\, \boldsymbol{\Phi}$ merupakan matriks singular.Untuk menyelesaikan masalah matriks singular ini digunakan *ridge regression. Ridge regression* memiliki dua bentuk yaitu *global ridge* dengan parameter tunggal untuk semua altivasi dan *local ridge* dengan *m* parameter untuk *m* fungsi aktivasi. Pada skripsi ini digunakan metode *global ridge* untuk menentukan *parameter rigde* menghasilkan *error* yang lebih kecil dibanding metode *local ridge.*

2.6.6 Metode *Global Ridge Regression*

Metode *global ridge regression* mengestimasi bobot dengan menambahkan parameter regulasi yang bernilai positif pada SSE sehingga diperoleh fungsi. (Ore,1996) :

$$C = \sum_{i=1}^{n} (y - \hat{y})^2 + \lambda \sum_{j=1}^{m} w_j^2 \qquad (2.46)$$

dengan :

$\hat{y}_t$ = nilai prediksi ke

y = nilai variabel output

λ = parameter regulasi

w_j = bobot ke-j

n = banyak pengamatan

Banyak optimum yang diperoleh dengan mendifferensialkan persamaan diatas dengan variabel bebas yang ada kemudian ditentukan penyelesaiinya untuk differensial sama dengan nol.

$$\frac{\partial_C}{\partial w_j} = 2\sum_{i=1}^{n} (y - \hat{y}_i)\frac{\partial y}{\partial w_j} + 2\lambda w_j$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y\frac{\partial y}{\partial w_j} - \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_j \frac{\partial y}{\partial w_j} + \lambda w_j$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y \frac{\partial y}{\partial w_j} - \sum_{i=1}^{n} \hat{y} \frac{\partial y}{\partial w_j} + \lambda w_j = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y \frac{\partial y}{\partial w_j} + \lambda w_j = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_j \frac{\partial y}{\partial w_j}$$

(2.47)

Berdasarkan persamaan diatas menjadi :

$$\sum_{i=1}^{n} y\phi_j(z_i) + \lambda w_j = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_j \phi_j(z_i) \tag{2.48}$$

Dan dalam notasi vektor adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\phi_j^T y + \lambda \widehat{w}_j = \phi_j^T \widehat{y}} \tag{2.49}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi_1^T y} \\ \boldsymbol{\phi_2^T y} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\phi_m^T y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda \widehat{w}_1} \\ \boldsymbol{\lambda \widehat{w}_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\lambda \widehat{w}_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi_1^T \widehat{y}} \\ \boldsymbol{\phi_2^T \widehat{y}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\phi_m^T \widehat{y}} \end{bmatrix}$$

Dengan :

λ : parameter regulasi

$\widehat{w}$: vektor prediksi bobot

$\hat{y}$: vektor predksi nilai ouput

Berdasarkan defenisi-defenisi yang telah disebutkan diatas diperoleh persamaan sebagai berikut (Orr,1996:21):

$$\boldsymbol{\Phi^T \widehat{y} = \Phi^T y + \lambda \widehat{w}_j} \tag{2.50}$$

$$\boldsymbol{= \Phi^T \Phi \widehat{w} + \lambda \widehat{w}_j}$$

$$= (\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi} + \lambda\mathbf{I}_m)\,\hat{\boldsymbol{w}}$$

Diman $\mathbf{I}_m$ adalah matriks identitas berukuran *m*×*m*. Jadi diperoleh persamaan normal untuk prediksi bobot adalah sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{w}} = (\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{\Phi} + \lambda\mathbf{I}_m)^{-1}\boldsymbol{\Phi}^T\hat{\boldsymbol{y}} \qquad (2.51)$$

2.6.7 Kriteria Model Terbaik

Hasil peramalan dapat juga dikatakan sebagai hasil prediksi. Dalam sebuah nilai prediksi tidak dapat dipisahkan dengan ketidakpastian dan kesalahan karena nilai prediksi disini bukan hasil yang sebenarnya sehingga kesalahan peramalan dapat diukur dengan beberapa kriteria (Hanke & Wichernm 2005: 79-80).

MAPE merupakan cara yang digunakan untuk mengukur tingkat kesalahan atau error pada sebuah model peramalan dengan menjumlahkan seluruh rata-rata persentase error untuk suatu data yang diperoleh tanpa menghiraukan tanda (Heizer dan Render, 2011).

$$MAPE = \frac{\sum|Z_t - F_t|}{n} \times 100\% \qquad (2.52)$$

Dimana,

Z_t :nilai actual pada waktu ke t

F_t :nilai dugaan pada waktu ke-t

n :jumlah data yang diprediksi

Bagian dari keputusan untuk menggunakan teknik peramalan tertentu melibatkan penentuan apakah teknik ini akan menghasilkan kesalahan