BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Tinjauan Statistik

2.1.1 Analisis Deret Waktu

Analisis deret waktu atau *time series* adalah serangkaian pengamatan yang diukur secara berurutan dari waktu ke waktu (Panigrahi, Karali, & Behera, 2013). Fondasi dari analisis deret waktu digunakan untuk melakukan analisis data yang mempertimbangkan pengaruh waktu. Data dikumpulkan secara periodik berdasarkan urutan waktu, berupa jam, hari, minggu, bulan, kuartal dan tahun. Analisis deret waktu dapat bermanfaat untuk membantu dalam menyusun perencanaan ke depan. Analisis runtun waktu dikenalkan oleh Box dan Jenkins pada tahun 1970. Dasar spekulasi dari *time series* yaitu pengamatan sekarang (Z_t) tergantung pada 1 atau beberapa pengamatan sebelumnya $(Z_t - k)$. Menurut Box, dkk (1994) *time series* atau deret waktu merupakan sekelompok nilai-nilai pengamatan yang diperoleh pada waktu yang berbeda dengan selang waktu yang sama dan barisan data diasumsikan saling bebas satu sama lain. Metode *time series* mengasumsikan bahwa apa yang terjadi pada masa lalu akan terus berlanjut terjadi pada masa depan (Taylor, 2013). Analisis time series atau metode deret waktu berkala dimana pendugaan masa depan dilakukan berdasarkan data masa lalu. Tujuan peramalan deret periodik yaitu menemukan pola deret data masa lalu dan mengekstrapolasikan pola dalam deret data masa lalu dan masa depan. Model deret berkala dapat dengan mudah digunakan untuk meramal (Markridakis dkk, 1999).

Deret waktu dapat muncul dalam bermacam pola seperti pola stasioner, pola tidak stasioner, pola musiman, maupun pola tak musiman. Analisis deret waktu bertujuan untuk mendapatkan model yang sesuai dengan deret waktu yang diamati untuk selanjutnya digunakan sebagai model peramalan deret untuk waktu yang akan datang (Makridakis dkk, 1999).

2.1.2 Peramalan

Peramalan atau *forecasting* menurut Sofyan Assauri (1984) adalah suatu aktivitas yang dapat memperkirakan sesuatu yang terjadi pada masa yang mendatang. Menurut Subagyo (1986), peramalan yaitu perkiraan tentang sesuatu yang belum terjadi. Peramalan dapat diinterpretasikan sebagai seni dan ilmu untuk memperkirakan kejadian di masa depan. Hal tersebut dapat dilakukan dengan menyertakan pengambilan data di masa lalu dan menempatkannya ke masa yang mendatang dengan suatu model matematis. Oleh karena itu, dapat dilihat dan ditinjau dari situasi dan kondisi pada saat kebijakan tersebut dilaksanakan. Peramalan diartikan sebagai penggunaan teknik statistik dalam bentuk gambaran masa depan berdasarkan pengolahan angka-angka historis (Elwood, 1996).

Peramalan merupakan nilai-nilai sebuah variabel berdasarkan pada nilai yang diketahui dari variabel tersebut atau variabel yang berhubungan. Meramal juga dapat didasarkan pada keahlian *judgement*, yang pada gilirannya didasarkan pada data historis dan pengamatan (Makridakis dkk, 1988). Terdapat dua hal pokok yang harus diperhatikan pada proses peramalan yang akurat dan bermanfaat (Makridakis dkk, 1999):

1. Pengumpulan data yang relevan berupa informasi yang dapat menghasilkan peramalan yang akurat.
2. Pemilihan teknik peramalan yang tepat yang dapat memanfaatkan informasi data yang diperoleh semaksimal mungkin.

2.1.3 Stasioneritas

Stasioneritas diartikan tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Jika fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan *varians* dari fluktuasi tersebut (Makridakis dkk, 1999). Gottman (1981) mendeskripsikan bahwa suatu proses stasioner memiliki ciri-ciri antara lain rata-rata dan *varians*nya tidak berubah seiring berjalannya waktu, serta ko*varians* dari proses stasioner tidak bergantung pada waktu lampau. Kestasioneran suatu data akan berkaitan dengan metode estimasi yang digunakan. Kestasioneran ini diperlukan untuk memperkecil kekeliruan pada model (Wizsa dkk, 2017). Salah satu penyebab ketidakstasioneran data yaitu adanya autokorelasi. Terdapat beberapa alternatif apabila data tidak stasioner, alternatif pertama yaitu mengurangi komponen sehingga residual stasioner dan alternatif kedua yaitu melakukan transformasi pada data sehingga data yang ditransformasikan stasioner.

1. Stasioner dalam rata-rata artinya jika data tidak mengalami perubahan rata-rata dari waktu ke waktu. Kestasioneran data dalam rata-rata dapat diketahui melalui alat bantu plot time series, plot ACF, atau melalui uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Data yang tidak stasioner dalam rata-rata dapat diubah menjadi stasioner dengan melakukan *differencing* (Wizsa dkk, 2017). Uji

statistik pada ADF berdasarkan pada t-statistik koefisien ϕ dari estimasi metode kuadrat terkecil biasa. Pada model ini hipotesis yang diuji adalah:

H_0 : $\phi = 1$ (Terdapat akar unit atau data tidak stasioner)

H_1 : $-1 < \phi < 1$ (Tidak terdapat akar unit atau data stasioner)

Statistika uji:

$$t = \frac{\hat{\phi}}{\mathrm{se}(\phi)} \tag{2.1}$$

Taraf Signifikan: α = 1%

Dimana $\mathrm{se}(\phi)$ adalah standard error untuk ϕ. Kriteria pengambilan keputusan yaitu jika nilai mutlak statistik-t ADF > nilai mutlak statistik-t kritis (t-tabel) maka tolak H_0 dan diartikan data tersebut stasioner. Sedangkan jika nilai mutlak statistik-t ADF < nilai mutlak statistik-t kritis (t-tabel) maka tidak tolak H_0 dan diartikan data tersebut tidak stasioner (Gujarati. dkk, 2012).

2. Stasioner dalam *varians* artinya jika plot time series tidak memperlihatkan adanya perubahan *varians* yang jelas dari waktu ke waktu atau dapat diketahui melalui uji Box-Cox yaitu dengan melihat nilai λ. Dikatakan stasioner dalam *varians* apabila nilai $\lambda \geq 1$, sehingga apabila diperoleh nilai $\lambda < 1$ perlu dilakukan transformasi Box-Cox. Adapun persamaan transformasi secara umum sebagai berikut (Wei, 2006):

$$T(Y_t) = \frac{{Y_t}^{\lambda} - 1}{\lambda} \tag{2.2}$$

Dengan

Y_t : data pada waktu ke-t

λ : nilai parameter transformasi

Nilai λ yang umum digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 2.1 Transformasi Uji Box-cox

λ	Bentuk Transformasi
-1	$\frac{1}{Y_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln Y_t$
0,5	$\sqrt{Y_t}$
1	Y_t (tidak ditransformasikan)

2.1.4 ACF dan PACF

Fungsi Autokorelasi, ρ_k merupakan ukuran korelasi antara dua nilai X_t dan X_{t+k} dengan jarak k bagian atau disebut koefisien korelasi pada lag k. untuk X_t yang stasioner terdapat nilai rata rata (EX_t)μ dan ragam $\mathrm{Var}(X_t) = \mathrm{E}(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) = \sigma^2)$ adalah konstan. Autokovarian antara X_t dan $X_t + k$ adalah sebagai berikut:

$$\gamma_k = cov(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) \tag{2.3}$$

Pada analisa deret berkala γ_k disebut sebagai fungsi autokovarian dan ρ_k disebut sebagai fungsi autokorelasi yang merupakan ukuran keeratan antara X_t dan X_{t+k} dari proses yang sama dan hanya di pisahkan oleh selak waktu ke-k. (Wei, 1990:10). Pada dasarnya fungsi autokorelasi tidak mungkin di hitung dari populasi, sehingga fungsi autokorelasi dihitung sesuai dengan sampel pengambilan data dan dirumuskan sebagai berikut (Wei, 1990:21)

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{n-k}(X_t - \bar{X})^2}, k = 0,1,2, \dots \tag{2.4}$$

Dengan

ρ_k : Koefisien autokorelasi pada lag k

X_t : Data pengamatan pada waktu ke-t

$\bar{X}$: Rata rata data pengamatan

Dimana $\bar{X} = \sum_{t=1}^{n} \frac{X_t}{n}$ adalah rata rata sampel.

Nilai ρ_k yang mendekati ± 1 mengindikasi adanya korelasi tinggi, sedangkan ρ_k yang mendekati nol mengindikasikan adanya hubungan yang lemah. ACF plot juga dipakai sebagai alat untuk mengidentifikasi kestasioneran data, jika ACF plot cenderung lambat atau menurun secara linier maka dapat disimpulkan data belum stasioner terhadap mean. Menurut Wei (1990:10) kondisi stasioner fungsi autokovarian dan autokorelasi dapat dinyatakan dengan syarat:

a. $\gamma_0 = var(\bar{X})\ dan\ \rho_0 = 1$

b. $|\gamma_k| \leq \gamma_0\ dan\ |\rho_k| \leq 1$

c. $\gamma_k = \gamma_{-k}\ dan\ \rho_k = \rho_{-k}$

Menurut Wei (1990:12) Plot Autokorelasi Parsial digunakan untuk mengukur tingkatan keeratan hubungan antara $X_t$dan X_{t+k} setelah dihilangkan pengaruh dependasi linier dalam variable $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$, sehingga fungsi PACF dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\omega_{kk} = corr\ (X_{t+1}, X_{t+2}, X_{t+3}, \dots, X_{t+k-1}) \quad (2.5)$$

Nilai ω_{kk} dapat ditentukan melaui persamaan Yule Walker sebagai berikut (Box, 1994:65):

$$\rho_0 = \omega_{k1}\rho_{j-1} + \omega_{k1}\rho_{j-2} + \cdots + \omega_{kk}\rho_{j-k}, j = 1,2, \dots, k-1 \quad (2.6)$$

Selanjutnya Levinson dan Durbin (Cryer, 1986:109), telah memperkenalkan metode yang lebih efisien untuk menyelesaikan persamaan Yule Walker adalah:

$$\omega_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \omega_{k-1,j}\rho_j}{1-\sum_{j=1}^{k-1} \omega_{k-1,j}\rho_j} \quad (2.7)$$

Dimana $\omega_{kj} = \omega_{k-1,j} - \omega_{kk}\omega_{k-1,k-j}$ untuk j=1,2,…,k-1

Tabel 2.2 Pola ACF dan PACF

Model	ACF	PACF
AR(p)	*Dies down*	*Cut off* setelah lag p
MA(q)	*Cut off* seteleah lag p	*Dies down*
ARMA(p,q)	*Dies down*	*Dies down*

2.1.5 Model *Autoregressive* (AR)

Model *Autoregressive* adalah model *regresi time series* yang menghubungkan nilai pengamatan aktual dengan nilai pengamatan sebelumnya. Konsep dasar metode ini yaitu meregresikan pengamatan aktual dengan nilai pengamatan sebelumnya untuk melakukan peramalan nilai ke depan. Model ini seringkali digunakan dalam peramalan ekonomi. Suatu persamaan linier dikatakan sebagai *autoregressive* apabila model tersebut menunjukan Z_t sebagai fungsi linier dari sejumlah Z_t aktual kurun waktu sebelumnya bersama dengan kesalahan sekarang. Bentuk model dengan orde *p* atau AR(*p*) secara umum adalah:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + \alpha_t \quad (2.8)$$

Atau

$$\phi_p(B)Z_t = \alpha_t \quad (2.9)$$

Dimana

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_p B - \cdots - \phi_p B^p \quad (2.10)$$

Dari

$$Z_t = Z_t - \mu \qquad (2.11)$$

Dengan:

Z_t : Data deret waktu sebagai variabel respon pada waktu ke-*t*

$Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$: Data deret waktu ke *t*-1,…,*t*-p

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$: Parameter parameter *autoregressive*

α_t : Nilai kesalahan pada waktu ke t

2.1.6 Rantai Markov

Model markov adalah sebuah model stokastik yang memodelkan sebuah proses yang berubah secara acak semu. Model markov dapat digunakan untuk mengenali pola dan membuat prediksi. Rantai Markov atau *Markov Chains* merupakan suatu teknik matematika yang biasa digunakan untuk melakukan pemodelan bermacam-macam sistem dan proses bisnis. Teknik tersebut dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan-perubahan di waktu yang mendatang dalam variabel-variabel dinamis atas dasar perubahan-perubahan dari variabel-variabel dinamis tersebut di waktu yang lalu. Rantai Markov dapat digambarkan sebagai *discrete-time stochastic process* yang memiliki jumlah *state* yang terbatas dan pada suatu saat rantai Markov berada di salah satu *state* tersebut (Winston dan Goldberg, 2004). Keadaan ini dapat dituliskan pada persamaan berikut ini:

$$P(X_{t+1} = i_{t+1} \mid X_t = i_t, X_{t-1} = i_{t-1}, \dots \dots \dots, X_1 = i_1, X_0 + i_0) \qquad (2.12)$$

Dengan:

X_t : Variabel *discrete time stochastic process* pada waktu t.

i_t : *State* dari *discrete time stochastic process* pada waktu t.

Teknik ini dapat digunakan juga untuk menganalisis kejadian-kejadian di waktu mendatang secara matematis. Setiap waktu t, ketika kejadian adalah Kt dan seluruh kejadian sebelumnya adalah $Kt(j), \ldots, Kt(j-n)$ yang terjadi dari proses yang diketahui, probabilitas seluruh kejadian yang datang $Kt(j)$ hanya bergantung pada kejadian $Kt(j-1)$ dan tidak bergantung pada kejadian-kejadian sebelumnya yaitu $Kt(j-2), Kt(j-3), \ldots, Kt(j-n)$. Asumsi-asumsi dalam rantai Markov adalah sebagai berikut (Winston dan Goldberg, 2004):

1. Jumlah probabilitas transisi keadaan adalah 1.
2. Probabilitas transisi tidak berubah selamanya.
3. Probabilitas transisi hanya tergantung pada status sekarang, bukan pada periode sebelumnya. Transisi p_{ij} tidak bergantung pada waktu n. Peluang ini dikatakan peluang transisi stasioner.

Rantai markov merupakan suatu teknik yang dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan di waktu yang akan datang atas dasar perubahan dari masa yang lalu. Perubahan yang terjadi pada proses rantai markov disebabkan oleh suatu peluang transisi yang dilambangkan dengan $\{p_{ij}\}_{i,j=1,2,\ldots,N}$. Peluang transisi p_{ij} menyatakan peluang bahwa *state* i diikuti oleh *state* j. *State* menyatakan suatu kondisi atau perubahan dari kejadian yang diasumsikan sebagai suatu bilangan bulat. Peluang transisi memenuhi:

$$p_{i1} + p_{i2} + \cdots + p_{iN} = 1 \qquad (2.13)$$

Peluang transisi dari suatu rantai markov dibentuk dalam suatu matriks P_{NxN} yang disebut matriks peluang transisi:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \cdots & p_{NN} \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Elemen pada baris ke-j kolom ke-i dari matriks P merupakan peluang transisi p_{ij} . Sebagai contoh elemen pada baris ke-2 kolom ke-1 (p_{ij}) merupakan peluang dari terjadinya *state* 1 setelah kejadian *state* 2. Menurut Winston dan Goldberg (2004), jika sebuah sistem pada saat t berada pada *state* i, maka sistem ini pada saat t+1 ada pada *state* lain. Hal ini berarti bahwa:

$$\sum_{j=1}^{j=s} P(X_{t+1} = j \mid P(X_t = i)) \sum_{j=1}^{j=s} P_i = 1 \tag{2.15}$$

2.1.7 Model *Markov Switching*

Model *Markov Switching* oleh Hamilton (1989) atau dikenal juga sebagai Regime Switching Model, adalah salah satu model deret waktu nonlinier yang paling banyak digunakan. Model ini mampu memodelkan data deret waktu yang mengalami perubahan struktur. Pada model *Markov Switching* perubahan struktur dikontrol dengan suatu peubah *state* yang tidak teramati yang memenuhi orde pertama rantai markov. Sifat dari rantai markov yaitu mengatur nilai peubah *state* bergantung pada nilai sebelumnya. Suatu struktur yang berubah pada periode waktu digantikan dengan struktur yang lain dengan proses *switching* (penggantian). Model *Markov Switching* cocok untuk menjelaskan data yang berkorelasi yang menunjukkan dengan jelas pola dinamik selama periode perubahan waktu. Menurut Aulianda (2017), perubahan dapat terjadi pada rataan maupun rataan dan varian. Adapun model dengan perubahan pada nilai rataan dan varian sebagai berikut:

$$Y_t = \mu_{s_t} + e_t \tag{2.16}$$

Dengan $e_t \sim N(0, {\sigma_{s_t}}^2)$ maka s_t merupakan *State* atau *regime* dimana $s_t \in \{0,1, \dots M\}$ oleh waktu (t) dan (M) adalah banyaknya *state*.

2.1.8 Model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR)

Menurut Hamilton (1994), Rantai markov menjadi dasar dalam model MSAR. Misalkan untuk suatu data dengan perubahan struktur dari dua kondisi, data tersebut secara klasik dapat dipecah menjadi dua kondisi berdasarkan periode waktunya. Periode waktu pertama dengan kondisi pertama dan periode waktu kedua dengan kondisi kedua. Kedua kondisi ini dapat dimodelkan dengan model *autoregressive*. Misalkan terdapat model *autoregressive* orde pertama dengan model pertama yang bersesuaian dengan deret waktu pada $t_i, t_{i+1}, \dots, t_{i+m}$ berikut:

$$z_t - \mu_1 = \phi(z_{t-1} - \mu_1) + \varepsilon_t \tag{2.17}$$

Sementara model kedua

$$z_t - \mu_2 = \phi(z_{t-1} - \mu_2) + \varepsilon_t \tag{2.18}$$

Bersesuaian dengan deret waktu pada $t_j, t_{j+1}, \dots, t_{j+m}$. Kasus ini menggambarkan adanya pergeseran model antara model pertama dan model kedua yang terjadi pada deret waktu yang sama pada waktu yang berbeda. Nilai s_t yang satu bersesuaian dengan model pada periode $t_i, t_{i+1}, \dots, t_{i+m}$ dan nilai s_t yang dua bersesuaian dengan model pada periode $t_j, t_{j+1}, \dots, t_{j+m}$. Model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) merupakan penggabungan model rantai markov dengan model deret waktu klasik *autoregressive*. Bentuk umum model *Markov Switching Autoregressive* (Hamilton, 1989):

$$(z_t - \mu_{s_t}) = \sum \phi_p \left(z_{t-p} - \mu_{s_{t-p}}\right) + \varepsilon_t \tag{2.19}$$

Dimana

z_t : Data pengamatan

ϕ_p : Koefisien *autoregressive*

μ_{s_t} : Rataan dipengaruhi perubahan *state* dan waktu

s_t : *State* pada waktu t, μ_{s_t}

Konstanta yang bergantung pada *state* s_t dan ε_t residual pada waktu *t*. Kriteria data yang diharapkan pada model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR) adalah data yang terdapat perubahan struktur atau kondisi.

2.1.9 *Maximum Likehood Estimation*

Metode *maximum likelihood* adalah suatu penaksir titik yang mempunyai sifat teoritis yang lebih kuat dibandingkan dengan metode penaksir kuadrat terkecil (Gujarati, 2007). *Maximum likelihood* merupakan suatu cara untuk mengestimasi parameter yang tidak diketahui. Pada penelitian ini menggunakan estimasi parameter *Maximum likelihood* digabung dengan proses filtering dan smoothing Prosedur estimasi *maximum likelihood* menguji apakah estimasi maksimum yang tidak diketahui dari fungsi *likelihood* suatu sampel nilainya sudah memaksimumkan fungsi *likelihood*. Menurut Greene (2003:468-469) fungsi p.d.f (*probability density function*) dari variable acak y dengan parameter β dinotasikan f (y|β). Probabilitas sampel acak dari *joint* p.d.f untuk $y_1, y_2, \ldots, y_n$ dengan *n* saling bebas dan berdistribusi sama dapat dihitung:

$$f(y_1, \ldots, y_n \mid \beta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid \beta) = l\,(\beta \mid y) \qquad (2.20)$$

Metode *maximum likelihood* akan memilih nilai β yang diketahui sedemikian hingga memaksimumkan nilai probabilitas dari gambaran sampel secara acak yang telah diperoleh secara aktual. Menurut Aziz (2010:11), fungsi log *likelihood*-nya adalah:

$$L(\beta \mid y) = \ln\left\{\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(y_i-\beta)^2}{\sigma^2}\right]\right\} \tag{2.21}$$

$$= \ln\left\{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(y_i-\beta)^2}{\sigma^2}\right]\right\}$$

$$= -\frac{n}{2}\ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\beta)^2}{\sigma^2}$$

Menurut Davidson dan Mackinnon (2004) bila fungsi *likelihood* terdiferensial terhadap β, maka estimasi *maximum likelihood* dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) \rightarrow \frac{\partial l(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial \beta_1} \tag{2.22}$$

Untuk *i* =1,2, …., *n*.

Dalam banyak kasus, penggunaan deferensiasi akan lebih mudah bekerja pada logaritma natural dari$(x_1, x_2, \dots, x_n \mid \beta)$, yaitu:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n \mid \beta) = \ln l\,(x_1, x_2, \dots, x_n \mid \beta) \tag{2.23}$$

2.1.10 *Filtering* dan *Smoothing*

Proses *filtering* dilakukan untuk mendapatkan peluang nilai suatu *state* pada saat *t* berdasarkan pada pengamatan hingga saat *t*. Hasil dari proses *filtering* adalah nilai *filtered state probability*. Berikut adalah persamaan yang dituliskan oleh Kim dan Nelson (1999) untuk proses *filtering*:

$$P(s_t = j, s_{t-1} = i|\Omega_{t-1}; \theta) = P(s_t = j, s_{t-1} = i|z_t, \Omega_{t-1}; \theta) \tag{2.24}$$

Maka nilai *filtered state probability* untuk suatu *state* dapat dihitung dengan:

$$P(s_t = j, s_{t-1} = i|\Omega_{t-1}; \theta) = \sum_{i=1}^{N} P(s_t = j, s_{t-1} = i|z_t, \Omega_{t-1}; \theta) \tag{2.25}$$

Proses *smoothing* dilakukan untuk mendapatkan estimasi terbaik, dimana peluang nilai *state* dihitung berdasarkan informasi dari seluruh data pengamatan. Hasil dari proses *smoothing* adalah nilai *smoothed state probabilities* yang dinotasikan dengan $P(s_t = j|\Omega_T; \theta)$. Berikut adalah persamaan yang ditulis oleh Kim dan Nelson (1999) untuk proses *smoothing*.

$$P(s_t = j, s_{t+1} = k|\Omega_T; \theta) = P(s_{t+1} = k|\Omega_T; \theta)P(s_t = j, s_{t+1} = k, \Omega_T; \theta) \tag{2.26}$$

Setelah mendapatkan nilai peluang s_t melalui proses *filtering* dan *smoothing* maka dapat diperoleh fungsi densitas dari z_t.

2.1.11 Dugaan Durasi *State*

State adalah kondisi yang merupakan peubah acak x_t, jika suatu peubah acak berada pada *state* tersebut maka dapat berpindah ke *state* lainnya menurut Aulinda (2017). Suatu *state* dapat dikatakan appresiasi atau depresiasi dengan mempertimbangkan nilai μ_{s_t}dengan ketentuan $\mu_2 < \mu_1$.

Dengan

μ_1 : Rataan pada *state* 1

μ_2 : Rataan pada *state* 2

Pada pemodelan data runtun waktu menggunakan *markov switching autoregressive* dapat diduga durasi dari masing-masing *state* berdasarkan perolehan peluang masing-masing *state* yang didapatkan dari model. Elemen diagonal dari matriks peluang transisi menyimpan informasi yang penting mengenai durasi rata-rata yang diharapkan dari suatu *state* akan bertahan.

$$E(D) = \sum_{j=1}^{\infty} jP(D = j)$$

$$= (1 - P_{jj})(1 + 2P_{jj} + 3P_{jj^2} + \cdots)$$

$$\approx \frac{1}{1-P_{jj}} \tag{2.27}$$

Misalkan

D : Durasi dari *state* j maka ekspektasi dari durasi masing-masing state j

P_{jj} : Peluang bahwa *state* i diikuti oleh *state* j

2.1.12 Pemilihan Model Terbaik

Memilih model yang terbaik dapat ditentukan dengan menggunakan kriteria *in-sample* dan *out-sample*. Pemilihan model terbaik berdasarkan kriteria *in-sample* dapat menggunakan nilai BIC (*Bayesian Information Criterion*). BIC yang diperkenalkan oleh Schwarz yaitu salah satu kriteria pemilihan model terbaik yang digunakan untuk mengestimasi dimensi dari model. Kriteria informasi dibangun oleh *log maximum likelihood* dan dimensi model. BIC sangat efektif untuk memilih model terbaik dan dapat mengatasi komplektifitas model karena BIC memberikan penalti atas penambahan parameter dan cocok untuk data sampel yang besar. Model terbaik adalah dimana model tersebut memiliki nilai BIC yang minimum. Formulasi nilai BIC dapat dinyatakan sebagai berikut (Schwarz, 1978):

$$BIC = log\, \sigma^2 + \frac{k \log(n)}{n} \tag{2.28}$$

Dimana:

k : Jumlah parameter yang ditaksir

n : Banyaknya observasi

$log\ \sigma^2$: Ukuran estimasi *maximum likelihood*.

Sedangkan pada kriteria *out-sample* pemilihan model terbaik dapat menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). MAPE digunakan sebagai alat pengukuran kesalahan pada peramalan melalui akurasi. Semakin kecil tingkat kesalahan yang dihasilkan, maka semakain baik hasil peramalan tersebut. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{\sum_{t-1}^{n}\left(\frac{A_t - P_t}{A_t}\right)}{n}\ x\ 100\% \qquad (2.29)$$

Dimana:

A_t : Nilai aktual pada waktu ke-*t*

P_t : Nilai peramalan pada waktu ke-*t*

n : banyak data

Nilai MAPE digunakan untuk menganalisis kinerja atau tingkat akurasi pada proses peramalan. Menurut Lewis (1982), MAPE dapat diinterpretasikan seperti tabel berikut.

Tabel 2.3 Nilai MAPE

Nilai MAPE	Akurasi Peramalan MAPE
≤ 10%	Sangat Baik
10% < MAPE ≤ 20%	Baik
20% < MAPE ≤ 50%	Cukup
MAPE ≥ 50%	Rendah

Semakin kecil nilai MAPE maka semakin kecil kesalahan hasil pendugaan, sebaliknya semakin besar nilai MAPE maka semakin besar kesalahan hasil pendugaan. Hasil suatu metode pendugaan mempunyai kemampuan peramalan sangat baik jika nilai MAPE < 10% dan mempunyai kemampuan pendugaan baik jika nilai MAPE diantara 10% dan 20%.

2.1.13 Diagnostic Checking

Diagnostic checking atau uji signifikansi model diketahui melalui nilai probabilitas parameter pada model. Uji diagnostik dilakukan jika nilai dari masing-masing parameter telah diketahui. Uji diagnostik bertujuan untuk mengetahui kelayakan model. Uji diagnostik terdiri dari Uji Jarque-Berra dan Uji Ljung-Box. Uji Jarque-Berra merupakan uji yang digunakan untuk menguji suatu residul berdistribusi normal atau tidak. Adapun uji ini menggunakan ukuran skewness dan kurtosis, hipotesis dari uji Jarque-Berra adalah sebagai berikut:

H_0 : residual berdistribusi normal

H_1 : residual tidak berdistribusi normal

Dengan statistik uji:

$$JB = \frac{n}{6}\left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right) \quad (2.30)$$

Dimana:

n : jumlah sampel

S : Skewness = $\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\right)^{3/2}}$

K : Kurtosis = $\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\right)^2}$

Keputusan tolak H_0 jika nilai probabilitas kurang dari tingkat signifikansi α, atau nilai Jarque-Bera lebih dari nilai $X^2_{\alpha/2}$ yang berarti residual tidak berdistribusi normal (Jarque & Berra, 1980).

Selain Uji Jarque-Berra, untuk mengetahui kelayakan model pada pemodelan MSAR juga dilakukan Uji Ljung-Box. Tujuan dari uji ljung-box adalah menguji apakah nilai autokorelasi sisaan sama dengan nol atau tidak. Artinya, jika autokorelasi sisaan bernilai nol maka error yang berarti *white noise*, sehingga model dapat digunakan untuk peramalan. Dengan statistik uji sebagai berikut (Ljung & Box, 1978):

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{{r_k}^2}{n-k}\right) \qquad (2.31)$$

Dimana:

K : banyaknya lag yang dipilih

n : panjang series

r : autokorelasi sisaan pada lag k

Jika $Q \sim X^2{}_{(K-1)}$ maka keputusan tolak H_0 yang artinya error tidak mempunyai korelasi serial atau *white noise*, sehingga model layak digunakan untuk peramalan.

2.2 Tinjauan Non Statistik

2.2.1 Saham Syariah

Saham atau *stocks* adalah Surat bukti tanda kepemilikan bagian modal pada suatu perusahaan. Pemilik saham sekaligus juga merupakan pemilik perusahaan. Dimisalkan bahwa semakin besar saham yang dimiliki maka semakin pula kekuasaannya terhadap perusahaan tersebut. Istilah keuntungan yang didapatkan dari perusahaan tersebut dinamakan *dividen*. Pembagian *dividen* atau keuntungan singkatnya dapat ditetapkan pada penutupan laporan keuangan berdasarkan rapat umum pemegang saham (Soemitra, 2009: 137). Sesuai Fatwa Dewan Syariah Nasional (DSN) Majelis Ulama Indonesia (MUI) No.40/DSNMUI/X/2003 tentang Pasar Modal dan Pedoman Umum Penerapan Prinsip Syariah di Bidang Pasar Modal, yang mendefinisikan saham syariah merupakan bukti kepimilikan atas suatu perusahaan yang memenuhi standar tidak bertentangan dengan prinsip-prinsip syariah yang ada. Adapun definisi Saham yaitu sertifikat yang menunjukkan bukti kepemilikan suatu perusahaan yang pemegang sahamnya memiliki hak atas klaim dan aktiva perusahaan tersebut (Yuliana, 2010: 59). Saham Syariah adalah sertifikat yang menunjukkan bukti kepemilikan suatu perusahaan yang diterbitkan oleh emiten yang kegiatan usaha maupun prosedur pengelolaannya tidak bertentangan dengan prinsip Syariah. Wujud dari saham adalah selembar kertas yang menerangkan bahwa pemilik kertas tersebut merupakan pemilik perusahaan yang menerbitkan Surat berharga (Rivai, dkk, 2014: 246-247). Saham merupakan Surat berharga yang merepresentasikan penyertaan modal ke dalam suatu perusahaan. Sementara dalam prinsip Syariah, penyertaan modal dapat dilakukan pada perusahaan-perusahaan yang tidak bertentangan atau melanggar prinsip Syariah, seperti perjudian, riba, serta memproduksi barang yang diharamkan. Pada dasarnya penyertaan modal dalam bentuk saham tersebut dapat dilakukan dengan akad musyarakah dan mudharabah. Akad musyarakah pada umumnya dilakukan pada perusahaan yang bersifat privat, sedangkan akad mudharabah umumnya dilakukan pada saham perusahaan yang bersifat publik (Soemitra, 2009: 138). Ada beberapa perbandingan antara saham biasa atau konvensional dengan saham Syariah di pasar modal (Rivai dkk, 2014), antara lain:

1. Saham dapat dilelangkan kapan saja di pasar sekunder tanpa memerlukan persetujuan dari perusahaan yang mengeluarkan saham. Sedangkan saham Syariah dengan kontrak mudharabah dan musyarakah ditetapkan berdasarkan persetujuan rabbul maal atau investor dan perusahaan sebagai mudharib untuk suatu periode tertentu.
2. Saham Syariah seringkali dianggap tidak liquid karena batasan periode kontrak yang mengikat. Sedangkan saham konvensional itu lebih liquid dan atraktif karena dapat dijual kapan saja.

2.2.2 Jenis-Jenis Saham

Saham didefinisikan sebagai tanda penyertaan modal seseorang atau pihak atau badan usaha pada suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Dengan menyertakan modal tersebut, maka pihak tersebut memiliki klaim atas pendapatan perusahaan, klaim atas asset perusahaan, dan berhak hadir dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS) (PT. Bursa Efek Indonesia, 2018). Jenis saham pada pasar modal ada dua jenis saham yang paling umum dikenal oleh publik, yaitu saham biasa (*commom stocks*) dan saham preferen (*preferred stocks*). Menurut Darmadji dan Fakhruddin (2012), saham terbagi dalam beberapa jenis yaitu:

1. Ditinjau dari aspek kemampuan dalam hak tagih atau klaim:
   a. Saham Biasa (*Common Stock*), yaitu saham yang menempatkan pemiliknya paling junior terhadap pembagian *dividen*, dan hak atas harta kekayaan perusahaan apabila perusahaan tersebut dilikuidasi.
   b. Saham Preferen (*Preferred Stock*), yaitu saham yang memiliki karakteristik gabungan antara obligasi dan saham biasa, karena bisa menghasilkan pendapatan tetap (seperti bunga obligasi), tetapi juga bisa tidak mendatangkan hasil seperti ini dikehendaki oleh investor.

2 Ditinjau dari cara pemeliharaannya:
   a. Saham atas Unjuk (*Bearer Stock*), merupakan saham yang tidak tertulis Nama pemiliknya, agar mudah dipindahtangankan dari satu investor ke investor lain.
   b. Saham atas Nama (*Registered Stock*), merupakan saham yang ditulis dengan jelas siapa pemiliknya, dan dimana Cara peralihannya harus melalui prosedur tertentu.

3 Ditinjau dari kinerja perdagangannya:
   a. Saham Unggulan (*Blue-Chips Stock*), yaitu saham biasa dari suatu perusahaan yang memiliki reputasi tinggi, sebagai leader di industri sejenis, memiliki pendapatan yang stabil dan konsisten dalam membayar *dividen*.

b. Saham Pendapatan (*Income Stock*), yaitu saham biasa dari suatu emiten yang memiliki kemampuan membayar *dividen* lebih tinggi dari rata-rata *dividen* yang dibayarkan pada tahun sebelumnya.
c. Saham Pertumbuhan (*Growth Stock-Well Known*), yaitu saham-saham dari emiten yang memiliki pertumbuhan pendapatan yang tinggi, sebagai leader di industri sejenis yang mempunyai reputasi tinggi. Selain itu terdapat *Growth Stock-Lesser Known*, yaitu saham dari emiten yang tidak sebagai leader atau pemimpin dalam industri namun memiliki ciri *growth stock*.
d. Saham Spekulatif (*Spekulative Stock*), yaitu saham suatu perusahaan yang tidak bisa secara konsisten memperoleh penghasilan yang tinggi di masa mendatang, meskipun belum pasti.
e. Saham Sklikal (*Counter Cyclical Stock*), yaitu saham yang tidak terpengaruh oleh kondisi ekonomi makro maupun situasi bisnis secara umum.

2.2.3 Keuntungan Saham

Investor yang membeli saham, otomatis memiliki hak di dalam perusahaan yang menerbitkannya. Apabila semakin besar jumlah saham yang dimiliki investor maka semakin besar juga haknya atas perusahaan yang menerbitkan Surat berharga tersebut. Pada dasarnya ada dua manfaat yang dapat diperoleh pembeli saham yaitu manfaat ekonomis dan manfaat non-ekonomis (Anorage, 2006).

1. Manfaat ekonomis meliputi:

a. *Dividen*

Dividen adalah pembagian keuntungan yang diserahkan perusahaan penerbit saham atas keuntungan yang dihasilkan perusahaan. *Dividen* atau pembagian keuntungan yang dibagikan perusahaan dapat berwujud *dividen* tunai (*cash dividen*), yaitu kepada setiap pemegang saham *dividen* berupa uang tunai dalam jumlah rupiah tertentu untuk setiap saham, atau dapat juga berwujud *dividen* saham (*stock dividen*), yaitu kepada setiap pemegang saham *dividen* dalam bentuk saham, sehingga jumlah saham yang dimiliki 13 investor akan bertambah dengan adanya pembagian *dividen* saham tersebut.

b. Capital Gain

Capital gain adalah keuntungan yang didapatkan investor dari hasil jual beli saham, dalam bentuk selisih antara nilai jual yang lebih tinggi dibandingkan nilai beli yang lebih rendah.

2. Manfaat Non-Ekonomis

Manfaat non-ekonomis yang diperoleh dari pemegang saham adalah kepemiilikan atau kekuasaan hak suara dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS) untuk menentukan jalannya suatu perusahaan. Apabila semakin besar jumlah saham yang dimiliki investor, maka semakin besar pula hak suaranya dalam RUPS.

2.2.4 Resiko Kepemilikan Saham

Saham merupakan Surat berharga yang memberikan peluang keuntungan dan mempunyai resiko yang tinggi. Saham memungkinkan investor untuk mendapatkan keuntungan atau *capital gain* yang besar dalam waktu singkat. Seiring fluktuasinya atau naik turunnya harga saham, saham juga dapat membuat investor mengalami kerugian yang besar dalam waktu singkat (Weston dan Van Horne, 2004). Terdapat resiko yang dihadapi oleh investor atas dasar kepemilikan sahamnya, antara lain (Darmadji, 2006):

1. Tidak mendapat *dividen*

   Perusahaan membagikan *dividen* jika operasinya menghasilkan keuntungan. Oleh karena hal tersebut, perusahaan tidak dapat membagikan *dividen* jika perusahaan mengalami kerugian.

2. *Capital loss*

   Aktivitas perdagangan saham, investor tidak selalu mendapatkan *capital gain* saham yang dijualnya. Investor juga dihadapkan pada resiko *capital gain* apabila investor menjual sahamnya dengan harga jual lebih rendah dari harga belinya.

3. Perusahaan Bangkrut atau *Dilikuidasi*

   Kondisi perusahaan dilikuidasi, dimana pemegang saham menempati posisi lebih rendah dibandingkan kreditor atau pemegang obligasi. Dimisalkan setelah semua aset perusahaan tersebut dijual, hasil penjualan terlebih dahulu dibagikan kepada para kreditor atau pemegang obligasi, dan apabila masih terdapat sisa, maka baru dibagikan kepada para pemegang saham.

4. Saham Dikeluarkan dari Bursa atau *Delisting*

   Saham perusahaan dapat dikeluarkan dari bursa jika mempuyai kinerja yang buruk, misalnya dalam kurun waktu tertentu tidak pernah diperjualkan, mengalami kerugian dalam beberapa tahun, tidak membagikan *dividen* secara berturut-turut selama beberapa tahun, dan berbagai macam kondisi lainnya sesuai dalam Peraturan Efek di Bursa. Saham yang di-delist tentu saja tidak dapat lagi di perdagangkan di bursa, namun tetap dapat diperdagangkan diluar bursa dengan konsekuensi tidak terdapat patokan harga yang jelas dan jika terjual umumnya dengan harga yang jauh lebih rendah dari harga sebelumnya.

5. Saham Dihentikan Sementara (Suspensi)

   Saham yang diberhentikan sementara diperdagangannya oleh Otoritas Bursa Efek, hal ini menyebabkan investor tidak dapat menjual sahamnya sampai dengan suspensi tersebut dicabut. Suspensi tersebut dilakukan oleh otoritas bursa efek apabila suatu saham mengalami lonjakan harga yang luar biasa, suatu perusahaan dipalitkan oleh kreditornya, dan berbagai kondisi lain yang mengharuskan otoritas bursa efek memberhentikan sementara perdagangan saham tersebut sampai perusahaan yang bersangkutan memberikan konfirmasi atau kejelasan informasi lainnya, agar informasi yang belum jelas tersebut tidak menjadi ajang spekulasi. Jika telah diperoleh suatu informasi yang jelas, maka suspensi atas saham tersebut dapat dicabut oleh otoritas bursa efek dan saham dapat diperdagangkan kembali seperti semula.

2.2.5 Indeks Saham

Menurut Martalena dan Malinda (2011) Indeks harga saham adalah suatu indicator yang menunjukkan pergerakan harga saham. Indeks berfungsi sebagai aspek atau indikator pada trend pasar artinya pergerakan indeks menggambarkan kondisi pasar pada suatu saat, apakah pasar mengalami fase aktif atau lesu. Indeks saham atau *stock index* adalah suatu harga atau nilai dengan memperhitungkan secara baku dari sekelompok saham yang dikumpulkan berdasarkan kategori tertentu. Berbagai jenis indeks di pasar modal dunia karena pada umumnya hampir seluruh Negara memiliki indeks sahamnya sendiri. Bahkan beberapa negara memiliki lebih dari satu indeks saham. Seperti halnya di Indonesia yang memiliki lebih dari satu indeks saham antara lain Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), Jakarta Islamic Index (JII), serta Indeks Saham Syariah Indonesia (ISSI). Dari berbagai jenis indeks yang ada di BEI, yang menjadi objek penelitian ini adalah ISSI karena indeks ini merupakan proyeksi dari pergerakan seluruh saham Syariah yang didaftar di DES dan BEI. Indeks ini pertama kali diluncurkan di BEI pada tanggal 12 Mei 2011.Indeks Saham Syariah Indonesia (ISSI) merupakan indeks komposit saham syariah yang tercatat di Bursa Efek Indonesia (BEI). ISSI merupakan indikator yang penting dari kinerja pada pasar saham syariah Indonesia.