BAB II

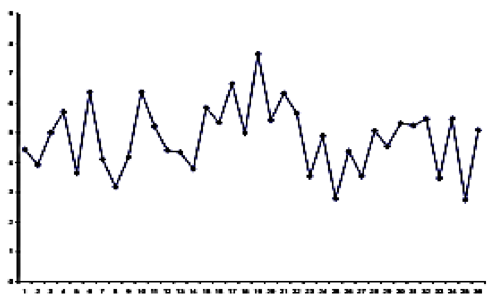
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data *Time Series*

Sekelompok nilai pengamatan yang didapat pada titik waktu berbeda dengan selang waktu yang sama disebut sebagai data *time series*. Data deret waktu dikumpulkan secara periodik berdasarkan urutan waktu, bisa dalam jam, hari ,minggu, bulan, kuartal dan tahun. Secara umum data time series memiliki empat macam pola data, yaitu horizontal, *trend*, musimam, dan siklis (Hanke dan Wichren, 2005). Adapun penjelasannya sebagai berikut:

1. Pola Data *Horizontal*

   Pola data *horizontal* merupakan pola yang terjadi apabila data berfluktuasi di sekitar rata-rata yang konstan.

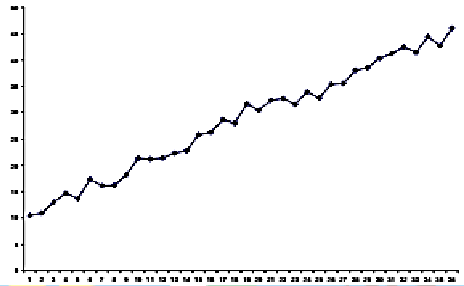


Gambar 2.1 Pola Data *Horizontal*

http://repository.unimus.ac.id

2. Pola Data *Trend*

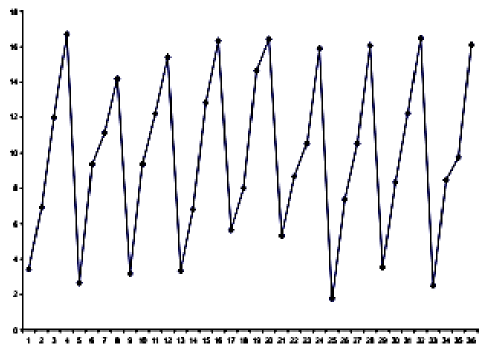
   Pola data *trend* terjadi apabila data mengalami kenaikan atau penurunan sekuler dalam jangka panjang.



Gambar 2.2 Pola Data *Trend*

3. Pola Data Musiman

   Pola data yang terjadi apabila terdapat fluktuasi dari data yang terjadi secara periodik dalam kurun waktu satu tahun, seperti triwulan, kuartalan, bulanan, mingguan, ataupun harian.

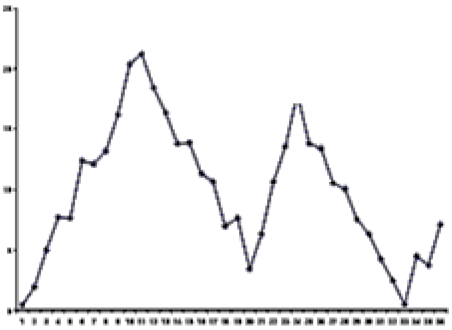


Gambar 2.3 Pola Data Musiman

4. Pola Data Siklis

   Pola data siklis merupakan pola yang dipengaruhi oleh fluktuasi dari data untuk waktu yang lebih dari satu tahun.

http://repository.unimus.ac.id



Gambar 2.4 Pola Data Siklis

Data *time series* terkadang mempunyai kompleksitas tersendiri, tidak hanya dipengaruhi waktu sebelumnya namun mempunyai keterkaitan antar lokasi. Keterkaitan data deret waktu dengan lokasi disebut dengan data *space time* (Ardianto, 2014).

2.2 Analisis *Time Series*

Analisis *time series* merupakan suatu metode kuantitatif untuk menentukan pola data pada masa lalu yang dikumpulkan secara teratur. Analisis data *time series* memiliki banyak tujuan, salah satunya yaitu untuk meramalkan nilai di masa yang akan datang (Wei, 2006). Ditinjau dari penggunaan datanya, analisis *time series* dibedakan menjadi dua, yaitu *univariate time series dan multivariate time series.*

2.2.1 *Univariate Time Series*

Data *time series univariate* merupakan hasil pengamatan satu variabel yang memiliki autokorelasi. Dalam analisis *univariate time series* kestasioneran data merupakan salah satu komponen yang harus diperhatikan (Wei, 2006). Analisis pada *univariate time series* biasanya dimodelkan dalam beberapa metode seperti,

http://repository.unimus.ac.id

Autoregressive (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA), atau *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

2.2.2 *Multivariate Time Series*

Deret waktu multivariat merupakan serangkaian data yang terdiri dari beberapa variabel yang diperoleh dari waktu ke waktu dan dicatat dengan cara berurutan sesuai waktu kejadian dengan menggunakan interval waktu yang tetap (Wei, 2006). Analisis *multivariate time series* biasanya digunakan untuk analisis yang memiliki lebih dari satu data *time series*, sehingga akan terdapat banyak variabel di dalam modelnya. Sama halnya dengan *univariate time series*, proses pada *multivariate time series* juga memperhatikan stasioneritas data (Hapsari, 2017).

2.3 Kestasioneran terhadap *Mean* dan *Varians*

Kestasioneran suatu data time series dapat dilihat dari mean dan variansnya. Apabila mean dan varians konstan maka data tersebut dapat dikatakan stasioner. Makridakis et al (1992) menyatakan bahwa seringkali bentuk visual dari plot data time series cukup untuk meyakinkan kestasioneran data. Namun, secara formal dapat dilakukan dengan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) atau melihat skema matriks korelasi silang MACF dan MPACF. Jika kedua plot tersebut turun secara lambat maka data belum stasioner terhadap mean sehingga perlu adanya *differencing.* Sebaliknya, jika nilai atas dan bawah pada lambda kurang dari nol maka data belum stasioner pada varians, sehingga perlu dilakukan transformasi *Box Cox* agar data stasioner.

http://repository.unimus.ac.id

2.3.1 Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF)

Uji ADF pertama kali diperkenalkan oleh David Dickey dan Wayne Fuller. Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) merupakan pengujian stasioner terhadap mean dengan menentukan apakah data *time series* mengandung akar unit (*unit root*) dengan model sederhana yang digunakan adalah:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + et \quad (2.3)$$

Dimana: $\delta = \rho - 1$

Hipotesis:

H_0: δ = 1 (data tidak stasioner)

H_1: δ < 1 (data stasioner)

Dapat juga dilakukan dengan uji statistik $\tau = \frac{\rho}{SE(\rho)}$ dengan taraf nyata tertentu atau p-value < 5%. Jika statistik τ lebih besar dari nilai kritis ADF maka H_0 diterima dan disimpulkan Y_t mempunyai *unit root* (tidak stasioner) dan apabila statistik τ kurang dari nilai kritis ADF maka H_0 ditolak dan disimpulkan Y_t tidak mempunyai *unit root* atau stasioner (Nurcahyani, 2016).

2.3.2 Transformasi *Box Cox*

Data dikatakan stasioner terhadap varians jika *rounded value*-nya bernilai 1 (λ=1). Apabila data tidak stasioner dalam varians dapat dihilangkan dengan melakukan mentransformasi data asli, salah satunya dengan transformasi *Box Cox*. Transformasi *Box Cox* merupakan transformasi pangkat pada respon. *Box*

http://repository.unimus.ac.id

Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal yaitu λ yang dipangkatkan variabel respon Y, sehingga transformasinya menjadi $Y^{\lambda}.\lambda$. Nilai λ = 1 pada transformasi *Box Cox* menunjukkan data sudah stasioner pada variansnya sedangkan nilai λ lainnya menunjukkan data belum stasioner. Berikut adalah nilai λ beserta transformasinya (Ispriyanti, 2004).

Tabel 2.1 Nilai λ dan Transformasinya

Nilai λ	Transformasi
2	Y^2
0,5	$\sqrt{Y}$
0	$\frac{\log Y}{\ln Y}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Y}}$
-1	$\frac{1}{Y}$

2.4 Model *Space Time Autoregressive* (STAR)

Model spasial merupakan model yang dapat menjelaskan hubungan antar lokasi. Pada data seringkali dijumpai data yang tidak hanya mengandung keterkaitan dengan waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan dengan antar lokasi. Data yang mengandung keterkaitan waktu dan lokasi ini dapat dimodelkan dengan model ruang dan waktu (*space time*).

http://repository.unimus.ac.id

Model *space time* merupakan pemodelan dari sejumlah pengamatan $Z_i(t)$ yang terdapat pada tiap N lokasi dalam suatu ruang (i = 1,2,..., N) terhadap periode waktu t. Model efek lokasi dirumuskan sebagai matriks pembobot spasial sedangkan efek waktu dirumuskan sebagai model deret waktu.

Model *Space Time Autoregressive* (STAR) merupakan model yang dikategorikan berdasarkan lag yang berpengaruh secara linier baik dalam lokasi maupun waktu (Pfeifer dan Deutsch 1980). Model STAR hanya dapat diterapkan pada lokasi yang bersifat homogen karena asumsi bahwa penelitian di waktu sekarang dipengaruhi oleh waktu sebelumnya di lokasi yang sama. Berikut merupakan persamaan model STAR dengan derajat *autoregressive p* dan derajat spasial $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ (Pfeifer dan Deutsch 1980):

$$Z_t = \sum_{k=1}^{p} \sum_{l=0}^{\lambda_k} \phi_{kl} W^{(l)} Z(t-k) + e(t) \qquad (2.1)$$

Dimana:

Z_t = vektor pengamatan ukuran $(n \times l)$ dari n lokasi pada waktu t

$Z(t-k)$ = vektor pengamatan ukuran $(n \times l)$ dari n lokasi pada waktu (t-k)

ϕ_{kl} = parameter STAR pada lag waktu k dan lag spasial 1

$W^{(l)}$ = matriks pembobot ukuran $(n \times n)$ pada lag spasial 1

λ_k = spasial lag dari bentuk *autoregressive* orde p

$e(t)$ = vektor sisaan $(n \times 1)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan matriks varians kovarians $\sigma^2 1_N$

http://repository.unimus.ac.id

2.5 *Model Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model GSTAR merupakan perluasan dari model STAR dengan perbandingan utamanya terletak pada parameter *autoregressive*. Dimana pada model STAR parameter *autoregressive* diasumsikan sama sedangkan pada model GSTAR diasumsikan heterogen. Dalam notasi matriks, model GSTAR dengan derajat *autoregressive* p dan derajat spasial $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ dirumuskan sebagai berikut (Suhartono dan Subanar, 2006) dikutip oleh Nurcahyani (2016):

$$Z_t = \sum_{k=1}^{p} [\phi_{k0} + \phi_{k1} W] Z(t-k) + e(t) \quad (2.2)$$

Dimana:

Z_t = vektor pengamatan ukuran $(n \times l)$ dari n lokasi pada waktu t

$Z(t-k)$ = vektor pengamatan ukuran $(n \times l)$ dari n lokasi pada waktu (t-k)

W = matriks pembobot ukuran $(n \times n)$

ϕ_{k0} = diag $(\phi_{k0}^1, \phi_{k0}^2, \ldots, \phi_{k0}^n$ = matriks diagonal parameter *autoregressive lag time* 1

ϕ_{k1} = diag $(\phi_{k1}^1, \phi_{k1}^2, \ldots, \phi_{k1}^n$ = matriks diagonal parameter *autoregressive lag time* 1 dan *lag spatial* 1

$e(t)$ = vektor sisaan $(n \times 1)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan matriks varians kovarians $\sigma^2 1_N$

http://repository.unimus.ac.id

2.5.1 Penentuan Orde Model GSTAR

Penentuan orde spasial model GSTAR umumnya dibatasi pada orde 1, karena orde yang lebih tinggi akan sulit untuk diinterpretasikan. Sedangkan pada orde waktu dapat ditentukan berdasarkan plot MACF dan MPACF yang terbentuk (Wutsqa dan Suhartono, 2010)

2.5.1.1 *Matrix Autocorrelation Function* (MACF)

Sebuah vektor *time series* dengan observasi sebanyak n, yaitu Z_1, Z_2, ... , Z_n maka persamaan matriks korelasi sampel dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{\rho}(k) = [\hat{\rho}_{ij}(k)] \tag{2.4}$$

Dimana $\hat{\rho}_{ij}(k)$ adalah korelasi silang komponen deret i dan ke-j yang dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Z_{i,t}-\bar{Z}_i)(Z_{j,t}-\bar{Z}_j)}{[\sum_{t=1}^{n}(Z_{i,t}-\bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^{n}(Z_{j,t+k}-\bar{Z}_i)^2]^{1/2}} \tag{2.5}$$

Dimana $\bar{Z}_i$ dan $\bar{Z}_j$ adalah rata-rata sampel dari komponen deret yang bersesuaian. Dalam mengidentifikasi batas orde MA diperlukan fungsi matriks korelasi, apabila matriks korelasi bernilai nol setelah lag ke-q maka modelnya adalah MA(q). Apabila dimensi dan vektornya semakin besar maka bentuk matriks dan grafik akan semakin kompleks sehingga menyulitkan pengidentifikasian. Sehingga digunakan simbol notasi (+), (-) dan (.) pada matriks korelasi sampel ke (i,j) untuk memudahkan pengidentifikasian. Simbol (+) diartikan suatu nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ lebih besar dari 2 kali *standard error* dan menunjukkan korelasi positif.

http://repository.unimus.ac.id

Simbol (-) diartikan suatu nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ kurang dari -2 kali *standard error* dan menunjukkan korelasi negatif. Sedangkan simbol (.) mengartikan suatu nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ berada diantara ± 2 kali *standard error* dan menunjukkan tidak adanya korelasi (Wei, 2006) dikutip oleh Nurcahyani (2016).

2.5.1.2 *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF)

Dalam mengidentifikasi model AR diperlukan fungsi matriks parsial korelasi sampel. Korelasi antara Z(t) dan Z(t+k) dapat diketahui setelah penghilangan ketergantungan linier pada variabel Z(t+1), Z(t+2), ... , Z(t+k-1). Sebagaimana dirumuskan sebagai berikut:

$$\phi_{kk} = \frac{Cov[(Z_t - \hat{Z}_t),(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})]}{\sqrt{Var(Z_t - \hat{Z}_t)}\sqrt{Var(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}} \tag{2.6}$$

Dimana $\hat{Z}_t$ dan $\hat{Z}_{t+k}$ adalah rata-rata kesalahan kuadrat minimum pada estimasi regresi linier Z_t dan Z_{t+k} yang berdasarkan pada $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$. Korelasi parsial antara Z_t dan Z_{t+k} sama dengan koefisien regresi terakhir Z_t dan Z_{t+k} pada lag ke-k (Wei, 2006) dikutip oleh Nurcahyani (2016).

2.5.2 Pemilihan Bobot Lokasi Model GSTAR

Pemilihan bobot lokasi pada model GSTAR dibagi menjadi 3, yaitu bobot lokasi seragam (uniform), invers jarak, dan normalisasi korelasi silang.

http://repository.unimus.ac.id

a. Bobot Lokasi Seragam (*Uniform*)

Bobot lokasi seragam memberikan nilai bobot yang sama pada setiap lokasi. Ruchjana (2002) mendefinisikan pemilihan bobot lokasi seragam sebagai berikut:

$$W_{ij} = \frac{1}{n_i} \tag{2.7}$$

Dengan n_i menyatakan jumlah lokasi yang berdekatan dengan lokasi i pada spasial lag 1. Bobot pada model ini mempunyai sifat-sifat:

$$W_{ij} > 0, W_{ii} = 0, \sum_{j=1}^{N} W_{ij} = 1, \forall_i \ , \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_{ij} = N$$

Pada data yang seragam bobot ini sering digunakan, karena memberikan nilai yang sama pada setiap lokasi. Bobot W_{ij} pada lag 1 dinyatakan oleh W berupa matriks $n \times n$ sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & \cdots & W_{1N} \\ W_{21} & 0 & \cdots & W_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{N1} & W_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

b. Bobot Lokasi Invers Jarak

Pemberian nilai pada bobot lokasi invers jarak diperoleh berdasarkan hasil invers jarak yang sebenarnya kemudian dinormalisasi.

Bentuk matriks awalnya sebagai berikut:

$$M = \begin{bmatrix} m_{AA} & m_{AB} & m_{AC} & m_{AD} \\ m_{BA} & m_{BB} & m_{BC} & m_{BD} \\ m_{CA} & m_{CB} & m_{CC} & m_{CD} \\ m_{DA} & m_{DB} & m_{DC} & m_{DD} \end{bmatrix}$$

http://repository.unimus.ac.id

Kemudian dilakukan standarisasi matriks untuk memenuhi sifat bobot $\sum_{j-1}^{N} W_{ij}^{(l)} = 1, j \neq i,$ dengan asumsi jarak yang dekat memiliki hubungan antar lokasi yang kuat maka secara umum bobot invers jarak untuk masing-masing lokasi dinyatakan dengan:

$$W_{ij} = \frac{\frac{1}{m_{ij}}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{m_{ij}}}, j \neq i \qquad (2.8)$$

Dengan jumlah pembobot untuk setiap lokasi adalah 1, $\sum_{j-1}^{N} W_{ij}^{(l)} = 1$ dan $\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_{ij} = N$. Diagonal matriks bobot invers jarak W_{ij}= 0, karena suatu lokasi dianggap tidak ada jarak dengan dirinya sendiri. Sehingga matriks invers jarak yang terbentuk adalah (Hapsari, 2017):

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\frac{1}{m_{AB}}}{\frac{1}{m_{AB}}+\frac{1}{m_{AC}}+\frac{1}{m_{AD}}} & \frac{\frac{1}{m_{AC}}}{\frac{1}{m_{AB}}+\frac{1}{m_{AC}}+\frac{1}{m_{AD}}} & \frac{\frac{1}{m_{AD}}}{\frac{1}{m_{AB}}+\frac{1}{m_{AC}}+\frac{1}{m_{AD}}} \\ \frac{\frac{1}{m_{BA}}}{\frac{1}{m_{BA}}+\frac{1}{m_{BC}}+\frac{1}{m_{BD}}} & 0 & \frac{\frac{1}{m_{BC}}}{\frac{1}{m_{BA}}+\frac{1}{m_{BC}}+\frac{1}{m_{BD}}} & \frac{\frac{1}{m_{BD}}}{\frac{1}{m_{BA}}+\frac{1}{m_{BC}}+\frac{1}{m_{BD}}} \\ \frac{\frac{1}{m_{CA}}}{\frac{1}{m_{CA}}+\frac{1}{m_{CB}}+\frac{1}{m_{CD}}} & \frac{\frac{1}{m_{CB}}}{\frac{1}{m_{CA}}+\frac{1}{m_{CB}}+\frac{1}{m_{CD}}} & 0 & \frac{\frac{1}{m_{CD}}}{\frac{1}{m_{CA}}+\frac{1}{m_{CB}}+\frac{1}{m_{CD}}} \\ \frac{\frac{1}{m_{DA}}}{\frac{1}{m_{DA}}+\frac{1}{m_{DB}}+\frac{1}{m_{DC}}} & \frac{\frac{1}{m_{DB}}}{\frac{1}{m_{DA}}+\frac{1}{m_{DB}}+\frac{1}{m_{DC}}} & \frac{\frac{1}{m_{DC}}}{\frac{1}{m_{DA}}+\frac{1}{m_{DB}}+\frac{1}{m_{DC}}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\ W_{21} & 0 & W_{23} & W_{24} \\ W_{31} & W_{32} & 0 & W_{34} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & 0 \end{bmatrix}$$

http://repository.unimus.ac.id

c. Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang

Menurut Suhartono dan Atok (2006) penentuan nilai bobot korelasi silang menggunakan korelasi silang antar lokasi lag yang bersesuaian, estimasi dari korelasi silang pada sampel sebagai berikut:

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n}[Z_i(t)-\bar{Z}_i][Z_j(t-k)-\bar{Z}_j]}{\sqrt{\left(\sum_{t=1}^{n}[Z_i(t)-\bar{Z}_i]^2\right)\left(\sum_{t=1}^{n}[Z_j(t)-\bar{Z}_j]^2\right)}} \quad (2.9)$$

Dimana:

$r_{ij}(k)$ = nilai korelasi lokasi ke-i dengan lokasi ke-j.

$\bar{Z}_i$ = rata-rata sampel dari komponen deret ke-i yang bersesuaian untuk vektor proses yang stasioner.

$\bar{Z}_j$ = rata-rata sampel dari komponen deret ke-i yang bersesuaian untuk vektor proses yang stasioner.

Penentuan nilai bobot lokasi normalisasi silang antar lokasi pada lag waktu yang bersesuaian diasumsikan sebagai berikut:

$$W_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{j\neq i}|r_{ij}(k)|} \text{ dengan } \sum_{j\neq i}|W_{ij}| = 1 \quad (2.10)$$

Bobot lokasi dengan normalisasi dari besaran-besaran korelasi silang antar lokasi pada waktu yang bersesuaian memungkinankan adanya hubungan antar lokasi. Bobot ini juga memberikan fleksibelitas pada besar dan tanda hubungan antar lokasi yang berlainan yaitu positif dan negatif (Suhartono dan Subanar, 2007).

http://repository.unimus.ac.id

2.5.3 Pendugaan Parameter Model GSTAR

Pendugaan model GSTAR dilakukan pada semua bobot lokasi menggunakan metode kuadrat terkecil atau least square dengan meminimumkan jumlah kuadrat residualnya (Borovkova et al, 2008). Model GSTAR dengan orde *p*=1 dan orde spasial 1 dapat dituliskan dengan $\phi_{ki} = \phi_{1k}{}^{(i)}$ untuk k=0,1 dapat diturunkan sebagai:

$$Z_i(t) = \phi_{10}{}^{(i)} Z_i(t-1) + \phi_{11}{}^{(i)} \sum_{j=1}^{N} W_{ij} Z_j(t-1) + e_i(t) \tag{2.11}$$

Dengan $Z_i(t)$ menyatakan pengamatan pada t = 0,1, ... , T, untuk lokasi i= 1, 2, ... , N maka:

$$V_i(t) = \sum_{j=1}^{N} W_{ij} Z_j(t) \tag{2.12}$$

Hal ini berlaku untuk bentuk linier $Y_i = X_i \beta_i + e_i$

$$Y_i = \begin{bmatrix} Z_i(1) \\ Z_i(2) \\ \vdots \\ Z_i(t) \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} Z_i(0) & V_i(0) \\ Z_i(1) & V_i(1) \\ \vdots & \vdots \\ Z_i(t-1) & V_i(t-1) \end{bmatrix}, e_i = \begin{bmatrix} e_i(1) \\ e_i(2) \\ \vdots \\ e_i(t) \end{bmatrix}$$

$$\beta = (\phi_{10}{}^{(1)}, \phi_{10}{}^{(2)}, \dots, \phi_{10}{}^{(N)}; \phi_{11}{}^{(1)}, \phi_{11}{}^{(2)}, \dots, \phi_{11}{}^{(N)})$$

Penyamaan model untuk semua model linier $Y = X\beta + e$ dengan

$$Y = (Y_1', \dots, Y_N')', X = diag\,(X_1, \dots, X_N), \beta = (\beta_1', \dots, \beta_N')', e = (e_1', \dots, e_N')'$$

Sehingga bentuk estimasi kuadrat terkecil $\hat{\beta}_T$ adalah (Borovkova et al, 2008):

$$\hat{\beta}_T = (X'X)^{-1} X'Y \tag{2.13}$$

http://repository.unimus.ac.id

2.6 Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR)

Model *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) merupakan model regresi linier multivariat yang diperkenalkan pertama kali oleh Zellner pada tahun 1962. Model ini terdiri atas beberapa persamaan regresi yang sesatannya tidak berkorelasi antar pengamatan dalam suatu persamaan, tetapi sesatannya berkorelasi antar persamaan. Uji yang digunakan untuk mengetahui apakah struktur varianssi kovarianssi sesatan merupakan struktur SUR adalah *Lagrange Multiplier* dengan hipotesis (Greene, 1997):

H_0 = $Cov(\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{j1}) = 0$ untuk semua $i \neq j$ (struktur varianssi dan kovarianssi sesatan bersifat heteroskedatik dan tidak ada korelasi sesatan antar persamaan).

H_1 = $Cov(\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{j1}) \neq 0$ untuk semua $i \neq j$ (struktur varianssi dan kovarianssi sesatan bersifat heteroskedatik dan ada korelasi sesatan antar persamaan).

Statistik uji Lagrange Multiplier sebagai berikut:

$$\lambda_{LM} = T \sum_{i=2}^{N} \sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}^2 \qquad (2.14)$$

Dengan T adalah banyaknya pengamatan, r_{ij} adalah korelasi sesatan antar persamaan ke-i dan ke-j. Dengan tingkat signifikansi α, diperoleh daerah kritis yaitu H_0 ditolak jika $\lambda_{LM} > X^2_{\left(\frac{N(N-1)}{2}, \alpha\right)}$.

Informasi sesatan yang berkorelasi antar persamaan dapat digunakan untuk perbaikan estimasi parameter model dengan GLS (*Generalized Least Square*).

http://repository.unimus.ac.id

GLS merupakan estimasi parameter regresi yang memperhatikan adanya korelasi dari sesatan antar persamaan, dimana sesatannya diperoleh dari penaksiran OLS, yang nantinya digunakan untuk menghitung estimasi koefisien regresi pada model SUR. Secara umum model SUR untuk N buah pengamatan dengan masing-masing persamaan terdiri dari K variabel prediktor dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_1 = \beta_{1,0} + \beta_{1,1}X_{1,1} + \cdots + \beta_{1,K}X_{1,K} + e_1$$

$$Y_2 = \beta_{2,0} + \beta_{2,1}X_{2,1} + \cdots + \beta_{2,K}X_{2,K} + e_2$$

$$\vdots$$

$$Y_N = \beta_{N,0} + \beta_{N,1}X_{N,1} + \cdots + \beta_{N,K}X_{N,K} + e_N$$

Dengan i = 1, 2, ... , N

Model SUR memiliki asumsi:

a. $E(\varepsilon|X_1, X_2, \dots, X_N) = 0, dan$

b. $E(\varepsilon\varepsilon'|X_1, X_2, \dots, X_N) = \Omega,$

Dengan Ω menggambarkan hubungan galat dimana:

$$\Omega = E(\varepsilon\varepsilon') = \begin{bmatrix} E(e_1e_1') & E(e_1e_2') & \dots & E(e_1e_M') \\ E(e_2e_1') & E(e_2e_2') & \cdots & E(e_2e_M') \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(e_Me_1') & E(e_Me_2') & \cdots & E(e_Me_M') \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{11}I_T & \sigma_{12}I_T & \dots & \sigma_{1M}I_T \\ \sigma_{21}I_T & \sigma_{22}I_T & \cdots & \sigma_{2M}I_T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1}I_T & \sigma_{M2}I_T & \cdots & \sigma_{MM}I_T \end{bmatrix}$$

http://repository.unimus.ac.id

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1M} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{M1} & \sigma_{M2} & \cdots & \sigma_{MM} \end{bmatrix} \otimes I_T = \sum \otimes I_T$$

Dimana:

I_T = matriks identitas berukuran (T×T)

$\sum$ = Matriks berukuran (M×M)

σ_{ij} = ragam galat dari masing-masing persamaan untuk i=j dan ragam peragam galat antar persamaan untuk i≠j

Penduga dari parameter GLS adalah sebagai berikut:

$$\tilde{\beta} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}(X'\Omega^{-1}Y)$$

Penduga GLS memiliki sifat tak bias efisien (Kmenta, 1993).

2.7 Uji Asumsi Residual

Setelah didapat parameter dan model yang signifikan maka diperlukan uji kelayakan model. Model GSTAR-SUR dikatakan layak jika residual memenuhi asumsi *white noise*. Residual *white noise* adalah residual yang mengikuti distribusi identik independen yang dapat dideteksi menggunakan uji autokorelasi residual pada analisis *error*nya. Uji asumsi *white noise* dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung Box* dengan hipotesis sebagai berikut:

H0 : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = 0$ (residual tidak *white noise*)

H1 : minimal ada satu $\rho_k \neq 0$, k = 1,2, ..., k (residual *white noise*)

http://repository.unimus.ac.id

Statistik uji

$$Q_k = n(n+2)\sum_{k=1}^{k}\frac{\hat{\rho}_k}{n-k} \tag{2.15}$$

Dimana:

n = banyaknya data

k = banyaknya periode yang diuji

$\hat{\rho}_k$= dugaan autokorelasi residual periode ke-k

Kriteria pengujian

Tolak H0 apabila $Q_k > \chi^2_{a;df}$ dengan taraf signifikansi sebesar $\alpha = 0{,}05$ (Wei, 2006).

2.8 Penentuan Model Terbaik GSTAR-SUR

Penetuan model terbaik dilakukan dengan melihat nilai RMSE yang terkecil dari setiap model. Berikut adalah rumus RMSE:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M}\sum_{t=1}^{M}(Z_t - \hat{Z}_t)^2} \tag{2.16}$$

Dimana:

M = banyaknya data ramalan yang dilakukan

http://repository.unimus.ac.id

Z_t= data sebenarnya

$\hat{Z}_t$= data hasil ramalan

Nilai RMSE berkisar antara 0 sampai ~. Semakin kecil nilai RMSE maka model yang digunakan semakin baik (Wei, 2006).

2.9 Indeks Harga Konsumen (IHK)

Indeks harga konsumen (IHK) merupakan suatu indeks yang menghitung rata-rata perubahan harga dalam suatu periode, dari suatu kumpulan harga barang dan jasa yang dikonsumsi oleh penduduk atau rumah tangga dalam kurun waktu tertentu. Jenis barang dan jasa tersebut dikelompokkan menjadi 7 kelompok, yaitu bahan makanan; makanan jadi, minuman, rokok, dan tembakau; perumahan; sandang; kesehatan; pendidikan, rekreasi dan olahraga; transpor dan komunikasi (Badan Pusat Statistik, 2020).

Perubahan IHK dari waktu ke waktu dapat menggambarkan tingkat kenaikan (inflasi) atau penurunan (deflasi) dari barang atau jasa kebutuhan rumah tangga sehari-hari. IHK juga merupakan indikator pergerakan antara permintaan dan penawaran di pasar riil, juga erat kaitannya dengan tingkat suku bunga, produktivitas ekonomi, nilai tukar rupiah, serta indeksasi anggaran. Adapun rumus penghitungan IHK sebagai berikut:

$$IHK_n = \sum_{i=1}^{k} \frac{\frac{P_{ni}}{P_{(n-1)i}} P_{(n-1)i} Q_{0i}}{\sum_{i=1}^{k} P_{0i} Q_{0i}} \tag{2.17}$$

http://repository.unimus.ac.id

Dimana:

IHK_n = Indeks periode ke-n

P_{ni} = Harga jenis barang i, periode ke-n

$P_{(n-1)i}$ = Harga jenis barang i, periode ke-(n-1)

$P_{(n-1)i}Q_{0i}$= Nilai konsumsi jenis barang i, periode ke-(n-1)

$P_{0i}Q_{0i}$ = Nilai konsumsi jenis barang i, pada tahun dasar

k = Jumlah jenis barang paket komoditas

IHK mempunyai beberapa kegunaan utama yaitu, sebagai indikator ekonomi, sebagai ukuran penyesuaian pendapatan, serta sebagai deflator indikator ekonomi lainnya seperti deflator pada PDB. Namun disamping itu IHK juga mempunyai kegunaan lain, yaitu sebagai indeksasi upah dan tunjangan gaji pegawai, penyesuaian nilai kontrak (*Contractual Payment*), eskalasi nilai proyek (*Project Escalation*), penentuan target inflasi (*Inflation Targetting*), indeksasi Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara (*Budget Indexation*), dan sebagai proksi perubahan biaya hidup (*Proxy of Cost of Living*).

http://repository.unimus.ac.id