BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Tinjauan Statistik

2.1.1 Multikolinearitas

Salah satu asumsi dalam regresi adalah tidak terjadinya kolinieritas diantara variabel penjelas, baik sempurna atau mendekati sempurna. Kolinieritas merupakan hubungan antara dua variabel penjelas (Gujarati, 1995). Menurut Sembiring (1995) menyatakan jika dalam suatu model regresi terdapat kolinieritas, maka akan mempengaruhi hubungan antara variabel penjelas dan variabel respon. Taksiran koefisien dari variabel penjelas menjadi tidak tungga, melainkan tak terhingga banyaknya, sehingga sulit melakukan pendugaan. Selain itu menurut Gujarati (1995) multikolinieritas dalam regresi dapat mengakibatkan besarnya simpangan baku dari penduga koefisien regresi.

Menurut Kutner et al (2004), salah satu cara mendeteksi adanya multikolinieritas adalah dengan menggunakan VIF (*Variance Inflation Faktor*). VIF mengukur seberapa jauh peningkatan ragam penduga bagi koefisien regresi bila terjadi multikolinieritas dalam suatu model regresi. Tingginya nilai VIF mengindikasikan tingginya multikolinieritas yang sedang terjadi. Idealnya, VIF = 1 yang berarti hubungan antara variabel-variabel penjelas saling bebas (tidak terjadi multikolinieritas, baik sempurna maupun tidak sempurna). Beberapa penelitian menetapkan bahwa multikolinieritas terjadi jika VIF > 10.

Nilai VIF untuk variabel penjelas ke-j dinyatakan dengan:

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

Dimana

$$R_j^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n}(\hat{Y}_j - \bar{Y})^2}{\sum_{j=1}^{n}(Y_j - \bar{Y}_j)^2}$$

R_j^2 merupakan nilai R^2 yang diperoleh dari regresi poisson antara variabel penjelas ke-j dengan variabel penjelas lainnya yang terdapat dalam model.

Jika hubungan antara variabel penjelas ke-j dan variabel penjelas lainnya mendekati linier, maka R_j^2 akan mendekati 1, sehingga nilai VIF_j besar. Sedangkan jika hubungan antara variabel penjelas ke-j dan variabel penjelas lainnya tidak linier, maka R_j^2 akan mendekati 0, sehingga VIF_j akan mendekati 1 (Kurtner et al , 2004).

2.1.2 Regresi Binomial Negatif

Model regresi Binomial Negatif merupakan suatu model regresi yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara sebuah variabel *dependent* yang berupa data cacah dengan satu atau lebih variabel *independent*. Regresi Binomial Negatif dapat digunakan baik dalam keadaan *undersispersion*, *equidispersion*, ataupun *overdispersion* (Ismail, 2007).

Untuk mengetahui hubungan antara variabel dependent Y dan p buah variabel independent $X_1, X_2, \ldots, X_p$. Diberikan sampel sebesar n pengamatan yaitu $\{(X_{1i}, X_{2i}, \ldots, X_{ji}, y_i); i = 1,2, \ldots, n \; dan \; j = 1,2, \ldots, p\}$. Pengamatan ke$-i$ dari variabel $X_1, X_2, \dots, X_p$ adalah $X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ji}$. Pengamatan ke$-i$ dari variabel Y adalah y_i.

Fungsi kepadatan peluang bersama Poisson Gamma adalah:

$$f(y_i; \mu_i) = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda i \mu i}(\lambda_i u_i)^{yi}}{y_i!} \frac{v^v}{\Gamma(\mathrm{v})} u_i^{v-1} e^{-vui} dui$$

$$= \frac{\lambda_i^{yi}}{\Gamma(\mathrm{yi}+1)} \frac{v^v}{\Gamma(\mathrm{v})} \int_0^\infty e^{-(\lambda_i + v)u_i} u_i^{(yi+v-1)} dui$$

Jika inverse dari v adalah α dan $\lambda_i = u_i$. Sehingga fungsi kepadatan peluang Binomial Negatif menjadi :

$$f(y_i; \mu_i, \alpha) = \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \left(\frac{\alpha\mu_i}{1+\mu_i}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{1+\alpha\mu_i}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

Rataan dan variansi dari Binomial Negatif adalah $E(y_i) = \mu_i$ dan $Var(y_i) = \mu_i(1 + \alpha\mu_i)$. Dengan α merupakan parameter disperse.

Dalam beberapa percobaan, seringkali data *count* yang merupakan objek penelitian (variabel dependen Y) dipengaruhi oleh bebrapa variabel independen. Variabel dependen Y menyatakan banyaknya kejadian yang diamati pada suatu populasi tertentu. Untuk mengetahui hubungan antara kedua variabel tersebut, maka dapat digunakan suatu model regresi yang didasarkan pada distribusi Binomial Negatif. Tujuan dari analisis regresi adalah menentukan pola hubungan antara variabel dependen dengan variabel independen $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$. Dengan $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ menyatakan parameter yang tidak diketahui dan ε_i menyatakan galat untuk pengamatan ke-*i*. Berikut ini model umum regresi Binomial Negatif dengan pendugaan MLE sebagai berikut :

$$\hat{y}_i = exp\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \cdots + \hat{\beta}_p x_{ip}\right) + \varepsilon_i$$

Untuk mengatasi parameter β dan k dalam regresi Binomial Negatif dapat digunakan metode pendugaan kemungkinan maksimum (MLE).

2.1.3 Estimasi parameter

Tujuan penting dari analisis regresi adalah untuk mengestimasi atau menduga parameter yang tidak diketahui dalam model regresi. Dalam statistika, terdapat dua metode dalam megestimasi parameter, yaitu metode klasik (*Frequentist*) dan metode Bayesian. Pada metode klasik, dalam mengestimasi parameter, digunakan data sampel sebagai objek observasi dan mengabaikan distribusi awal sampel (prior), sedangkan apabila data observasi merupakan kombinasi dari data sampel dan distribusi awal sampel, maka disebut metode Bayesian. Estimasi parameter terbagi menjadi estimasi titik (*point estimation*) dan estimasi selang (*interval estimation*). Dalam perspektif Bayesian, estimasi titik parameter diperoleh dari mean dan median posterior.

2.1.4 Metode Bayessian

Bayessian adalah metode matematika yang menerapkan konsep peluang didalam penyelesaian masalahnya. Bayes memperkenalkan suatu metode dimana kita perlu mengetahui bentuk distribusi awal (prior) dari populasi yang dikenal dengan metode Bayessian. Sebelum menarik sampel dari suatu populasi terkadang membutuhkan informasi mengenai parameter yang akan diestimasi. Informasi ini yang akan digabungan dengan informasi dari sampel untuk digunakan dalam mengestimasi parameter populasi. Dalam metode Bayesian yang perlu diperhatikan adalah parameter. Parameter mempunyai distribsi probabilitas yang merupakan tingkat kepercayaan awal tentang parameter sebelum dilakukan disebut distribusi prior. Teorema umum Bayesian adalah sebagai berikut:

$$P(\mu|y) = \frac{P(y|\mu)P(\mu)}{P(y)}$$

Dimana $P(\mu|y)$ adalah distribusi posterior μ dan $P(y|\mu)$ $P(\mu)$ adalah probabilitas kejadian dimana seluruh elemennya adalah anggota μ dan anggota y, sedangkan P(y) adalah probabilitas kejadian y (Box and Tiao, 1973).

2.1.5 Distribusi Prior

Pembentukan posterior parameter model memerlukan informasi data sampel dan informasi awal dari parameter yang digunakan sebagai prior. Penentuan distribusi prior parameter akan mempengaruhi hasil dari distribusi posterior yang akan diperoleh. Penentuan ini akan berdampak pada tepat atau tidaknya pengambilan keputusan. Terdapat beberapa jenis prior yang sering digunakan antara lain:

1. *Conjugate prior* dan *non conjugate prior*, yaitu prior ditentukan sesuai dengan pola likelihood data (Box dan Tiao, 1973).
2. Proper prior atau improper prior (*Jeffreys prior*), yaitu prior yang terkait dengan pemberian bobot atau densitas di setiap titik sehingga terdistribusi secara uniform atau tidak (Ntzoufras, 2009).

3. *Informative prior* atau *non informative prior*, yaitu prior yang berkaitan dengan ketersediaan pengetahuan atau informasi sebelumnya mengenaipola distribusi data (Box dan Tiao, 1973).
4. Pseudo prior, yaitu prior ditentukan berdasarkan hasil dari estimasi parameter model regresi dengan *Ordinary Least Squares*/OLS (Carlin dan Chib, 1995).

2.1.6 Distribusi Posterior

Distribusi posterior berkaitan dengan penentuan masing-masing parameter pada pola distribusi prior tersebut. pemberian nilai parameter pada distribusi prior ini akan sangat mempengaruhi bentuk distribusi posterior yang akan di dapatkan pada informasi data yang diperoleh. Untuk mendapatkan distribusi posterior dari β, distribusi bersama dari p dan sampel yang akan diambil harus dihitung terlebih dahulu.

Posterior ~ likelihood X prior

Distribusi posterior untuk θ, jika pengamatan y telah diambil merupakan gabungan dari informasi prior dan informasi data yang ditulis $h(y|\theta)$ sehingga:

$$h(y|\theta) = \frac{P(y|\theta)}{\int P(y|\theta)d\theta} = \frac{P(\theta)P(y|\theta)}{\int P(\theta)P(y|\theta)d\theta}$$

Distribusi posterior adalah distribusi prior yang disesuaikan dengan informasi sample. Secara umum distribusi posterior dirumuskan sebagai berikut:

$$F_{\theta|x}(\theta) = \frac{f(X_1, X_2, \dots, X_n|\theta)P(\theta)}{\int f(X_1, X_2, \dots, X_n|\theta)P(\theta)d\theta}$$

Distribusi $f(X_1, X_2, \dots, X_n|\theta)P(\theta)$ merupakan fungsi likelihood dari θ dari P(θ) merupakan distribusi prior dari θ sehingga dapat ditulis (Hogg and Craig, 1970):

$$Distribusi\ Posterior = \frac{(likelihood)(distribusi\ prior)}{\int (likelihood)(distribusi\ prior)}$$

2.1.7 Pembentukan Distribusi Prior Konjugat

Prior dikatakan konjugat atau sekawan ketika dikombinasikan dengan likelihood menghasilkan posterior yang berdistribusi sama dengan priornya. Berdasarkan bentuk fungsi likelihoodnya, diperoleh pola distribusi prior yang mempunyai bentuk konjugat dengan likelihoodnya. Prior sekawan untuk distribusi Binomial Negatif dengan parameter r dan p dimana r diketahui (r > 0) dan p tidak diketahui akan memiliki bentuk yang sama sebagai fungsi kemungkinan, yaitu memiliki bentuk (Fink, *et al* 1997):

$$L(r, p|x_1, \dots x_n) \propto \begin{cases} p^{rx}(1-p)^{\sum x - rn} & dimana\ \ x_i \geq r \\ 0 & yang\ lain \end{cases}$$

Distribusi yang memiliki bentuk seperti ini adalah distribusi beta dengan hiperparameter α > 0 dan β > 0 sehingga diperoleh:

$$\pi(p|\alpha, \beta) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} p^{\alpha-1}(1-p)^{\beta-1} & , dimana\ 0 < p < 1 \\ 0 & , yang\ lain \end{cases}$$

2.1.8 Pembentukan Distribusi Posterior Konjugat

Dalam teorema Bayes setelah data diambil dan prior telah ditentukan, maka kemudian dicari distribusi posteriornya, yaitu :

$$f(\mu|x) = \frac{f(\mu)f(\mu|x)}{\int_0^\infty f(\mu)f(\mu|x)d\mu}$$

Jika $X \sim Negatif\ Binomial(\pi)$ dan distribusi prior $\mu \sim Beta(\alpha, \beta)$, maka distribusi posterior dapat dinyatakan sebagai fungsi bersyarat dari μ dengan x diketahui, sehingga dapat ditulis dengan (Fink, *et al* 1997):

$$\alpha' = \alpha + rn$$

$$\beta' = \beta + \sum_{i=1}^{n} x_i - rn$$

2.1.9 Pembentukan Distribusi Prior Non-informatif

Salah satu pendekatan distribusi prior non-informatif adalah dengan metode Jeffreys. Metode ini menyatakan bahwa distribusi prior merupakan akar kuadrat dari *Fisher Information*, $f(\theta) = \sqrt{I(\theta)}$. Misalkan $X_1, \dots, X_n$ berdistribusi binomial negatif dua parameter yaitu parameter disperse, jika nilai k diketahui dan θ dinotasikan dengan $X_1 \sim BN(k, \theta)$. Dengan nilai $v = (k, \theta)$, dimana v adalah suatu peubah acak dengan dua parameter k dan θ yang saling bebas. Berdasarkan aturan *Jeffrey* diperoleh prior non-informatif untuk $f(\theta)$ adalah (Hilbe, 2011):

$$f(\theta) \propto \frac{1}{\theta(1-\theta)} \sqrt{kn(1 + \theta^2 - 3\theta nk}$$

2.1.10 Pembentukan Posterior Non-informatif

Selanjutnya akan dicari nilai prior Non-Informatif (k), karena k nilainya diketahui atau dengan kata lain k merupakan konstanta, sehingga $f(k) = c$ untuk suatu c (konstanta). Dengan demikian, diperoleh Prior Non-Informatif bersama $f(v)$, yaitu :

$$f(v) = f(\theta)f(k) = \frac{\sqrt{kn(1+\theta^2) - 3\theta nk}}{\theta(1-\theta)}$$

Fungsi kepadatan posterior dengan prior non-informatif yakni dengan mengkalkulasikan joint dan marginal distribution sebagai berikut (Hilbe, 2011):

$$f(v;y) = f(v|y)f(y)$$

$$f(v|y) = \frac{\frac{\theta^{kn-1}((1-\theta)^{\sum_{i=1}^{n} yi-1}\sqrt{kn(1+\theta^2)-3\theta nk}}{\Gamma(k)^n}\prod_{i=1}^{n}\frac{\Gamma(yi+k)}{\Gamma(yi+1)}}{\int_0^1\int_0^1\frac{\theta^{kn-1}((1-\theta)^{\sum_{i=1}^{n} yi-1}\sqrt{kn(1+\theta^2)-3\theta nk}}{\Gamma(k)^n}\prod_{i=1}^{n}\frac{\Gamma(yi+k)}{\Gamma(yi+1)}dkd\theta}$$

2.1.11 Marcov Chain Monte Carlo

Teknik simulasi yang biasa digunakan dalam metode Bayes adalah metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). menurut Scollnik (1996), metode MCMC merupakan metode simulasi untuk mendapatkan data sampel suatu peubah acak dengan teknik sampling beradasarkan sifat rantai markov. Salah satu teknik dalam metode MCMC yang terkenal adalah *Gibbs Sampler*. Dalam melakukan proses simulasi, *Gibbs Sampler* menggunakan sebaran bersyarat untuk membangkitkan data sampel peubah acak.

Jika X merupakan variabel acak (X_t) dimana t ϵ T merupakan indeks waktu dan deretan. Sebuah proses stokastik memperlihatkan sifat markov jika kejadian pada saat t+1 yaitu peubah acak X_{t+1} hanya dipengaruhi oleh kejadian satu langkah sebelumnya. Secara sistematis sifat rantai markov sebagai berikut:

$$P\{X_{t+1} = j|X_{t+1} = i\} = P\{X_{t+1} = j\big|X_t = i, X_{t-1} = i_{1,} X_{t-2} = i_{2,} \dots, X_0 = i_0\big\}$$

Untuk t = 1,2,…, n dan setiap deretan j,i, $i_{1,}$…,i_i

Peluang bersyaratnya : $P\{X_{t+1} = j|X_{t+1} = i\} = P_{ij}$

Rantai markov dikatakan stasioner jika memiliki sebaran stasioner π(x) jika

$$P\{X_{t+1} = j|X_{t+1} = i\} = P\{X_1 = j|X_0 = i\} = P_{ij}$$

Simulasi Monte Carlo merupakan suatu pendekatan untuk menduga fungsi sebaran dari peubah acak $\{X_t\}$. MCMC merupakan suatu metode yang digunakan untuk membangkitkan sampel acak dari distribusi peluang dengan membentuk rantai markov sesuai dengan distribusi yang digunakan. Algoritma MCMC digunakan pada model yang sangat rumit dan dapat mengestimasi distribusi posterior secara tepat. Iriawan (2000) berpendapat bahwa terdapat dua kemudahan yang diperoleh dari penggunaan metode MCMC pada analisis Bayesian.

Pertama, metode MCMC dapat menyederhanakan bentuk integral yang kompleks dengan dimensi besar menjadi bentuk integral yang sederhana dengan satu dimensi. Kedua, estimasi densitas data dapat diketahui dengan cara membangkitkan suatu rantai markov yang berurutan sebanyak M. Langkah-langkah mendapatan posterior dengan menggunakan MCMC adalah sebagai berikut (Congdon, 2007):

1. Menentukan *initial value* (nilai awal) untuk tiap parameter model dengan memperhatikan karakteristik datanya.
2. Membangkitkan M sampel $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(M)}\}$ dari distribusi posterior $f(\theta|y)$ secara *full conditional*.

3. Memonitor konvergensi algoritma, jika kondisi konvergensi tidak tercapai, maka sampel perlu dibangkitkan lebih banyak.
4. Menentukan dan membuang B sampel pertama (*burn in period*) untuk menghindari pengaruh nilai awal.
5. Mengambil sejumlah M-B sampel dari distribusi posterior yaitu $\{\theta^{(B+1)}, \theta^{(B+2)}, \dots, \theta^{(M)}\}$.
6. Membuat plot distribusi posterior.
7. Mendapatkan ringkasan distribusi posterior (rata-rata, median, standar deviasi, kuantil, dan autokorelasi).

2.1.12 Gibbs Sampling

Salah satu algoritma yang dapat digunakan pada MCMC yaitu *Gibbs sampling*. *Gibbs sampling* dapat didefinisikan sebagai suatu teknik simulasi untuk membangkitkan variabel random dari suatu fungsi distribusi tertentu tanpa harus menghitung fungsi densitasnya (Casella dan George, 1992). *Gibbs sampling* dilakukan dengan mengambil sampel dengan cara membangkitkan rangkaian gibbs variabel random berdasarkan sifat-sifat dasar proses *Markov Chain*. Dalam menjalankan program yang menggunakan rantai markov dilakukan pada kondisi bersyarat penuh. Ini merupakan salah satu kelebihan dari *Gibbs sampling* karena variabel random tersebut dibangkitkan dengan menggunakan konsep *distribusi unidimensional* yang terstruktur sebagai distribusi *full conditional*. *Gibbs sampling* sangat berguna dalam mengestimasi suatu parameter dalam suatu model kompleks yang mempunyai tingkat kerumitan dalam proses integritasi yang sulit diselesaikan. Berikut langkah-langkah algoritma *Gibbs sampling* menurut Ntzoufras (2009):

1. Tetapkan nilai awal parameter θ pada $t = 0$, sehingga $\theta^{(0)} = (\theta_1^{(0)}, \dots, \theta_d^{(0)})^{T.}$
2. Untuk $t = 1, \dots, M$, ulangi langkah:
   a. Tentukan θ = $\theta^{(t-1)}$
   b. Untuk $s = 1,2, \dots, d, update\ \theta_s \sim f(\theta_s | \theta_s, y)$.
   c. Tentukan $\theta^{(t)} = \theta$ dan gunakan untuk membangkitkan iterasi ke t +1. Berikut proses sampling untuk mendapatkan nilai $\theta^{(t)}$:

$$\theta_1^{(t)}\ dari\ f\left(\theta_1 \middle| \theta_2^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, y\right),$$

$$\theta_2^{(t)}\ dari\ f\left(\theta_2 \middle| \theta_1^{(t)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, y\right),$$

$$\dots$$

$$\theta_s^{(t)} dari\ f\left(\theta_s \middle| \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{s-1}^{(t)}, \theta_{s+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, y\right),$$

$$\dots$$

$$\theta^{(t)} dari\ f\left(\theta_d \middle| \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{d-1}^{(t)}, y\right).$$

Pembangkitan nilai dari $f(\theta_s | \theta_s, y) = f\left(\theta_s \middle| \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{s-1}^{(t)}, \theta_{s+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, y\right)$ adalah relatif mudah karena merupakan distribusi univariat dan dapat ditulis sebagai, $f(\theta_s | \theta_s, y) \infty f(\theta | y)$, dimana semua variabel lain kecuali θ_j adalah konstan.

2.1.13 Uji Signifikansi Parameter

Uji Signifikansi model diperlukan untuk melihat pengaruh dari peubah terikat yang disertakan dalam model. Uji signifikansi model dibedakan atas uji serentak dan uji parsial masing-masing peubah terikat.

a) Uji Serentak

Uji serentak bertujuan untuk melihat secara keseluruhan pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen.

1. Uji Hipotesis
   - $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$ (Variabel prediktor secara simultan tidak berpengaruh terhadap variabel respon)
   - H_1: paling sedikit terdapat $\beta_j \neq 0$ dengan $i = 1,2,3,4,5$ (Variabel prediktor secara simultan berpengaruh terhadap variabel respon)
2. Taraf Signifikansi

   Taraf signifikansi yang digunakan yaitu 5% atau 0,05.
3. Kriteria pengambilan keputusan

   Tolak H_0 jika nilai $D(\hat{\beta}) > X^2_{(5,0.05)}$.
4. Statistik Uji

$$G = 2\left(\ln(L(\widehat{\Omega}) - ln(L(\widehat{\omega}))\right)$$

Dimana :

$L(\widehat{\Omega})$ = nilai *likelihood* untuk model lengkap dengan melibatkan variabel prediktor

$L(\widehat{\omega})$ = nilai *likelihood* untuk model sederhana tanpa melibatkan variabel prediktor

b) Uji Parsial

Adapun uji parsial, yaitu uji yang digunakan untuk mengetahui apakah variabel independen berpengaruh terhadap variabel dependen secara individu.

1. Uji Hipotesis
   - $H_0: \beta_1 = 0$ (Varibel dependen tidak mempengaruhi variabel dependen)
   - $H_1: \beta_j \neq 0$ dengan $j = 1,2,3,4,5$ (Varibel dependen mempengaruhi variabel dependen)
2. Taraf Signifikansi

   Taraf signifikansi yang digunakan yaitu 5% atau 0,05.
3. Kriteria pengambilan keputusan

   Tolak H_0 apabila $|Z_{hitung}| > Z_a \; atau \; p - value < \alpha.$
4. Statistik Uji

   Statistik uji yang digunakan adalah $W = \left(\frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)}\right)^2$

   Dengan :

   $\hat{\beta}_j$ = Nilai dugaan untuk parameter $\hat{\beta}_j$

   $SE(\hat{\beta}_j)$ = taksiran standar error $\hat{\beta}_j$

2.1.14 Kebaikan Model

Kriteria yang dapat digunakan dalam menentukan model terbaik, salah satunya adalah DIC (*Deviance Information Criteria*). DIC merupakan pengembangan dari AIC (*Akaike Information Criterion*). Apabila digunakan untuk model non hierarki nilai AIC dan DIC hampir sama, akan tetapi apabila digunakan pada model hierarki nilai AIC dan DIC berbeda. AIC mempertimbangkan parameter aktual dalam model, sedangkan DIC mempertimbangkan parameter efisien di dalam model. (Sorensen, 2002) memperkenalkan DIC sebagai kriteria dalam pemilihan model terbaik dengan mempertimbangkan kompleksitas model. Rumus untuk memperoleh nilai deviance dapat dituliskan seperti persamaan :

$$D(\partial) = -2\log(L(z)|\partial)$$

Model dengan DIC lebih kecil merupakan model yang lebih baik dibandingkan model alternatif lainnya (Irawan, 2017).

2.1.15 WinBUGS

WinBUGS adalah sebuah paket program yang dirancang khusus untuk memfasilitasi pemodelan data dengan basis Bayesian dengan implementasi *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Nama WinBUGS diambil dari isi paket programnya yang dikembangkan berdasarkan pada metode *Gibbs sampler* dan dibuat untuk dapat di running di dalam sistem operasi komputer Windows. Jadi inti dan pengertian nama WinBUGS adalah *Bayesian Using Gibbs Sampler* (BUGS) dalam *Windows*. Langkah pertama pemrogaman WinBUGS yaitu dengan membentuk strukur pemodelan grafik dalam doodle WinBUGS dengan nama-nama node yang bersesuaian dengan nama variable dalam model. Node merepresentasikan variable dari model. Terdapat tiga type dari sebuah node yaitu *stochastic*, *logical* dan *constant*. Node dengan bentuk ellip akan berarti bertipe stokastik atau logikal, sedangkan apabila node tersebut berbentuk kotak berarti node tersebut bertipe konstan.

2.2 Tinjauan Non Statistik

2.2.1 Kemiskinan

Kemiskinan sering kali diartikan sebagai rendahnya pendapatan guna memenuhi kebutuhan pokoknya. Di Indonesia pengukuran kemiskinan menggunakan kriteria yang telah ditetapkan dari BPS (Badan Pusat Statistik). BPS menentukan kriteria kemiskinan menggunakan pendekatan kebutuhan dasar (basicneeds). Berdasarkan pendekatan kebutuhan dasar, ada tiga indikator kemiskinan yang digunakan, yaitu (1) *headcount index*, (2) indeks kedalaman kemiskinan (*Poverty gap index*), (3) indeks keparahan kemiskinan (*Poverty saverity index*). *Headcount index* digunakan untuk mengukur kebutuhan absolut yang terdiri dari dua komponen yaitu garis kemiskinan makanan (*food line*) dan garis kemiskinan nonmakanan (*non food line*).

Ukuran garis kemiskinan yang digunakan oleh BPS berdasarkan pedekatan kemiskinan absolut diukur dengan menghitung jumlah penduduk yang memiliki pendapatan per kapita yang tidak mencukupi untuk mengkonsumsi barang dan jasa yangnilainya ekuivalen dengan 20kg beras per kapita perbulan untuk daerah pedesaan, 30 kg beras perkapita per bulan untuk daerah perkotaan serta memenuhi kebutuhan kalori 2100 kilo kalori perhari, dan ditambah dengan pengeluaran untuk kebutuhan non makanan. Ukuran kemiskinan menurut Nurkse (1953) dalam Mudrajad Kuncoro (1997) secara sederhana dan yang umum digunakan dapat dibedakan menjadi tiga, yaitu:

1. Kemiskinan Absolut

Seseorang termasuk golongan miskin absolut apabila hasil pendapatannya berada di bawah garis kemiskinan dan tidak cukup untuk menentukan kebutuhan dasar hidupnya. Konsep ini dimaksudkan untuk menentukan tingkat pendapatan minimum yang cukup untuk memenuhi kebutuhan fisik terhadap makanan, pakaian, dan perumahan untuk menjamin kelangsungan hidup. Kesulitan utama dalam konsep kemiskinan absolut adalah menentukan komposisi dan tingkat kebutuhan minimum karena kedua hal tersebut tidak hanya dipengaruhi oleh adat kebiasaan saja, tetapi juga iklim, tingkat kemajuan suatu negara, dan faktor-faktor ekonomi lainnya. Walaupun demikian, untuk dapat hidup layak, seseorang membutuhkan barang-barang dan jasa untuk memenuhi kebutuhan fisik dan sosialnya.

2. Kemiskinan Relatif

Seseorang termasuk golongan miskin relatif apabila telah dapat memenuhi kebutuhan dasar hidupnya, tetapi masih jauh lebih rendah dibandingkan dengan keadaan masyarakat sekitarnya. Berdasarkan konsep ini, garis kemiskinan akan mengalami perubahan bila tingkat hidup masyarakat berubah sehingga konsep kemiskinan ini bersifat dinamis atau akan selalu ada. Oleh karena itu, kemiskinan dapat dari aspek ketimpangan sosial yang berarti semakin besar ketimpangan antara tingkat penghidupan golongan atas dan golongan bawah, maka akan semakin besar pula jumlah penduduk yang dapat dikategorikan selalu miskin.

3. Kemiskinan Kultural

Seseorang termasuk golongan miskin kultural apabila sikap orang atau sekelompok masyarakat tersebut tidak mau berusaha memperbaiki tingkat kehidupannya sekalipun ada usaha dari pihak lain yang membantunya atau dengan kata lain seseorang tersebut miskin karena sikapnya sendiri yaitu pemalas dan tidak mau memperbaiki kondisinya.

Menurut Sharp (dalam Mudrajad Kuncoro, 2001) terdapat tiga faktor penyebab kemiskinan jika dipandang dari sisi ekonomi. Pertama, kemiskinan muncul karena adanya ketidaksamaan pola kepemilikan sumber daya yang menimbulkan distribusi pendapatan yang timpang. Penduduk miskin hanya memiliki sumber daya yang terbatas dan kualitasnya rendah. Kedua kemiskinan muncul akibat perbedaan dalam kualitas sumberdaya manusia. Kualitas sumberdaya manusia yang rendah berarti produktifitasnya rendah, yang pada gilirannya upahnya rendah. Rendahnya kualitas sumber daya manusia ini karena rendahnya pendidikan, nasib yang kurang beruntung, adanya diskriminasi atau keturunan. ketiga kemiskinan muncul karena perbedaan akses dalam modal.

2.2.2 Angka partisipasi sekolah

APS menggambarkan ukuran daya serap sistem pendidikan terhadap penduduk usia sekolah. APS merupakan proporsi dari semua anak yang masih sekolah pada kelompok umur tertentu terhadap jumlah penduduk dengan kelompok umur yang sesuai. Sejak tahun 2009, pendidikan non formal (Paket A, Paket B, dan Paket C) juga ikut diperhitungkan. APS ini dapat digunakan untuk melihat akses pada pendidikan khususnya bagi penduduk usia sekolah sebagai indikator dasar (BPS,2020).

2.2.3 Presentase penduduk tamat SMA

Dalam Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) Tahun 2014, Pemerintah Indonesia telah menetapkan target pembangunan dalam bidang pendidikan dalam Program Indonesia Pintar dengan mewajibkan belajar 12 tahun bagi seluruh penduduk. Dengan program ini, seluruh penduduk Indonesia diwajibkan untuk bersekolah selama 12 tahun atau setara dengan lulus SMA/sederajat. Program wajib belajar ini dilindungi dengan Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional dengan harapan dapat meningkatkan kualitas manusia di Indonesia. Dengan adanya program Wajib Belajar 12 tahun tersebut, diharapkan penduduk Indonesia setidaknya dapat menyelesaikan pendidikan sampai jenjang SMA/sederajat. Salah satu indikator untuk mengevaluasi pembangunan pendidikan dapat dilihat dari tingkat partisipasi sekolah suatu daerah.

2.2.4 Penduduk Usia 7-24 tahun dengan status tidak bersekolah

Penduduk dengan status Tidak bersekolah adalah pernah terdaftar dan aktif mengikuti pendidikan baik di suatu jenjang pendidikan formal maupun non formal (Paket A/B/C), tetapi pada saat pencacahan tidak lagi terdaftar dan tidak lagi aktif. Salah satu strategi dalam agenda pembangunan bidang pendidikan tahun 2020-2024 adalah melaksanakan peningkatan pemerataan akses layanan pendidikan di semua jenjang dan percepatan pelaksanaan Wajib Belajar 12 Tahun.

2.2.5 Angka Buta Huruf

Angka Buta Huruf (ABH) menunjukkan ketertinggalan sekelompok penduduk tertentu dalam mencapai pendidikan. Angka Buta Huruf ini dapat juga digunakan sebagai indikator untuk melihat pencapaian program-program pemerintah dalam memberantas buta aksara. Tingkat buta huruf rendah (atau tingkat melek huruf yang tinggi) menunjukkan adanya sebuah system pendidikan dasar yang efektif dan atau program keaksaraan yang memungkinkan sebagian besar penduduk untuk memperoleh kemampuan menggunakan kata-kata tertulis dalam kehidupan sehari-hari dan melanjutkan pembelajarannya. Keterbatasan ekonomi juga menjadi faktor penghambat upaya pemberantasan buta huruf.

Kesulitan ekonomi menyebabkan sebagian besar waktu masyarakat dihabiskan untuk bekerja, sehingga mengenyampingkan kebutuhan untuk belajar. Masih adanya anggapan bahwa jika anak bersekolah, cenderung tidak pada patuh pada orang tua, pendidikan itu tidak penting, sekolah akan menghabiskan banyak biaya, dan sebagainya, adalah cara pandang yang sempit terhadap pendidikan. Solusi untuk mengatasi kendala-kendala diatas adalah dengan melakukan upaya persuasif. Merubah pemahaman serta memberi manfaat langsung pada beberapa program, seperti pada program keaksaraan dengan memberi pelajaran life skill sebagai salah satu materi ajar (Susenas, 2015).

2.2.6 Rata-Rata Lama Sekolah

Rata-rata Lama Sekolah (RLS) adalah rata-rata jumlah tahun yang ditempuh oleh penduduk berumur 15 tahun ke atas untuk menempuh semua jenjang pendidikan yang pernah dijalani. Untuk mereka yang tamat SD diperhitungkan lama sekolah selama 6 tahun, tamat SMP diperhitungkan lama sekolah selama 9 tahun, tamat SM diperhitungkan lama sekolah selama 12 tahun tanpa memperhitungkan apakah pernah tinggal kelas atau tidak. Batasan yang digunakan

Persatuan Bangsa-Bangsa (PBB) untuk penghitungan Rata-rata Lama Sekolah (RLS) adalah penduduk berumur 25 tahun ke atas. Batasan ini diperlukan agar angkanya lebih mencerminkan kondisi yang sebenarnya, mengingat umumnya penduduk yang berusia lebih dari 25 tahun telah menyelesaikan pendidikan formalnya. Didefinisikan sebagai jumlah tahun yang digunakan oleh penduduk usia 25 tahun ke atas dalam menjalani pendidikan formal, RLS dihitung dengan asumsi bahwa dalam kondisi normal rata-rata lama sekolah suatu wilayah tidak akan turun (BPS,2020).