BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi Data Panel

Data panel adalah data gabungan antara *time series* dan *cross section*. Data berupa harian, bulanan, tahunan dan sebagainya termasuk unit *time series* sedangkan data individu, rumah tangga, perusahaan, *region*, negara dan lain-lain termasuk unit *cross section* (Alfiani, 2022). Berikut model data panel diukur dari suatu *cross section* dan *time series* (Caraka, 2017).

2.1.1 Model dengan data *cross section*

Model dengan data *cross section* sebagai berikut :

$$\mathbf{Y}_{\boldsymbol{i}} = \alpha + \boldsymbol{\beta}\mathbf{X}_{\boldsymbol{i}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{i}} \text{ ; } i = 1,2,3,\ldots,\text{N} \quad (2.1)$$

dengan :

$\mathbf{Y}_{\mathbf{i}}$ = Variabel dependen unit individu ke-*i*

$\mathbf{X}_{\mathbf{i}}$ = Variabel independen unit individu ke-*i*

N = banyaknya data *cross section*

2.1.2 Model dengan data *time series*

Model dengan data *time series* sebagai berikut :

$$\mathbf{Y}_{\boldsymbol{t}} = \alpha + \boldsymbol{\beta}\mathbf{X}_{\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{t}} \text{ ; } t = 1,2,3,\ldots,\text{T} \quad (2.2)$$

dengan :

$\mathbf{Y}_{\mathbf{i}}$ = Variabel dependen unit waktu ke-t

$\mathbf{X}_{\mathbf{i}}$ = Variabel independen unit waktu ke-t

N = banyaknya data *time series*

Karena data panel merupakan gabungan dari data *cross section* dan data *time series* diperoleh model data panel adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{Y}_{\boldsymbol{it}} = \alpha + \boldsymbol{\beta x'}_{\boldsymbol{it}} + \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{it}} \text{ ; } i = 1,2,3,\ldots,\text{N ; t} = 1,2,3,\ldots,\text{T} \quad (2.3)$$

dengan :

i = 1, 2, 3, …, N menunjukkan individu

t = 1, 2, 3, …, T menunjukkan dimensi deret waktu

α = koefisien intersep

$\boldsymbol{\beta}$ = koefisien slope dengan dimensi K x 1, dimana K adalah banyaknya peubah bebas.

$\mathbf{Y}_{\mathbf{it}}$ = vektor variabel dependen unit individu ke-i dan unit waktu ke-t

$\boldsymbol{x'}_{it}$ = vektor variabel independen untuk unit individu ke-i dan unit waktu ke-t

$\boldsymbol{u_{it}}$ = galat pada unit observasi ke-i dan waktu ke-*t*

Model regresi data panel memiliki tiga cara pendekatan untuk mengestimasi model yakni sebagai berikut :

1. ***Common Effect Model* (CEM)**

Common Effect Model mengkombinasikan data *time series* dan *cross section* yang mengasumsikan bahwa perilaku data konstan dari waktu ke waktu kemudian diregresikan dengan metode *Ordinary Least Square* sehingga menghasilkan *intercept* dan koefisien variabel independen sama untuk setiap unit. Secara umum persamaannya adalah sebagai berikut (Caraka, 2017: 4).

$$\mathbf{Y}_{it} = \alpha + \boldsymbol{\beta x'}_{it} + \boldsymbol{u}_{it}\ ;\ i = 1,2,\ldots,N \text{ dan } t = 1,2,\ldots,T \qquad (2.4)$$

dengan :

$\mathbf{Y}_{it}$ = vektor variabel dependen berukuran (NT x 1) untuk unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

$\boldsymbol{x'}_{it}$= vektor variabel independen berukuran (1 x K) unit individu ke-*i* dan waktu ke-*t*

α = vektor intersep

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor koefisien *slope* berukuran (K x 1)

$\boldsymbol{u}_{it}$ = vektor galat berukuran (NT x 1) untuk amatan ke-*i* dan waktu ke-*t*

Estimasi dengan metode OLS berdasarkan persamaan umum dari regresi maka diperoleh prinsip paling dasar dalam OLS dengan persamaan seperti di bawah.

$$u = (Y - X\beta)' \qquad (2.5)$$

Sehingga diperoleh jumlah kuadrat galat sebagai berikut.

$$\begin{aligned} u'u &= (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \qquad (2.6) \\ &= Y'Y - 2\beta'X'Y' + \beta'X'X\beta \end{aligned}$$

Jika matriks $(X\beta)' = \beta'X'$, maka skalar $\beta'X'Y = Y'X\beta$. Untuk mendapatkan estimasi parameter β, persaman diturunkan terhadap parameter β kemudian hasil turunan disamakan dengan nol $\left(\frac{\partial(u'u)}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0\right)$. Sehingga persamaan yang diperoleh adalah sebagai berikut.

$$\frac{\partial(Y'Y - 2\beta'X'Y' + \beta'X'X\beta)}{\partial\beta} = 0 \qquad (2.7)$$

$$\Leftrightarrow -2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

$$\Leftrightarrow X'X\hat{\beta} = X'Y$$

$$\Leftrightarrow (X'X)^{-1}(X'X)\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$\Leftrightarrow \hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

Model CEM mengasumsikan bahwa intersep dan kemiringan memiliki nilai yang konstan untuk semua unit individu dan unit waktunya (Gujarati, 2004). Kelemahan model *Common effect* ini adalah adanya ketidaksesuaian model jika memiliki objek yang berbeda, karena jika suatu objek dengan satu waktu akan sangat berbeda dengan kondisi objek tersebut pada waktu yang lain (Meiryani, 2021).

2. ***Fixed Effect Model* (FEM)**

Fixed Effect Model mengasumsikan bahwa koefisien *slope* sama namun antar individu terdapat perbedaan intersepnya. Metode ini seringkali disebut dengan *Least Square Dummy Variable* model karena pada saat menduga parameter *Fixed Effect Model* menggunakan teknik penambahan variabel dummy. Secara umum, Menurut Greene (2003: 287) persamaanya ditulis sebagai berikut :

$$\mathbf{Y}_{it} = \boldsymbol{\alpha_i D_{ij}} + \boldsymbol{\beta x'_{it}} + \boldsymbol{u_{it}} \qquad (2.8)$$

$$D_{ij} = 1, i = j\ ; D_{ij} = 0,\ i \neq j$$

dengan :

$\mathbf{Y}_{it}$ = variabel dependen pada unit observasi ke-*i* dan waktu ke-*t*

$\boldsymbol{x'}_{it}$ = variabel independen pada unit observasi ke-*i* dan waktu ke-*t*

$\boldsymbol{\alpha_i}$ = intersep model regresi pada unit observasi ke-*i*

$\boldsymbol{\beta}$ = koefisien slope atau koefisien arah

$\boldsymbol{u_{it}}$ = galat pada unit observasi ke-i dan waktu ke-*t*

$\boldsymbol{D_{ij}}$ = variabel dummy untuk unit observasi ke-i

Menurut Greene (2003), *Least Square Dummy Variable* (LSDV) adalah suatu metode yang dapat berguna untuk mengestimasi parameter dengan metode kuadrat terkecil (MTK). Akan tetapi, pada LSDV menggunakan variabel *dummy* karena nilai observasi variabel untuk koefisien $\boldsymbol{\alpha_i}$ diambil dari variabel *dummy*.

Tahapan untuk estimasi LSDV dengan perhitungan kembali persamaan berikut :

$$\boldsymbol{y_i} = e\boldsymbol{\alpha_i} + \boldsymbol{X_i\beta} + \boldsymbol{u_i} \tag{2.9}$$

Oleh matriks *idempotent* berukuran T x T, berikut :

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{I}_T - \frac{1}{T}\boldsymbol{\varepsilon\varepsilon'} \tag{2.10}$$

Untuk menghilangkan efek individu $\boldsymbol{\alpha_i}$ agar obsevarsi dapat diukur sebagai selisih dari rata-rata (*mean*) individu terhadap waktu dengan mensubsitusikan (2.10) pada (2.9) di kedua ruas persamaan, sehingga diperoleh persamaan (2.11)

$$\mathbf{Q}\boldsymbol{y_i} = \boldsymbol{QX_i\beta} + \boldsymbol{Qu_i} \tag{2.11}$$

Dengan menggunakan langkah dari metode estimasi OLS, maka parameter pada (11) dapat diperoleh estimasi LSDV sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\hat{\beta}} = \left[\sum_{i}^{N}\boldsymbol{X_i'QX_i}\right]^{-1} . \left[\sum_{i}^{N}\boldsymbol{X_i'Qy_i}\right] \tag{2.12}$$

Dengan matriks varians kovariansnya adalah sebagai berikut :

$$var(\boldsymbol{\beta}) = \sigma_u^2\left[\sum_{i}^{N}\boldsymbol{X_i'QX_i}\right]^{-1} \tag{2.13}$$

3. *Random Effect Model* (REM)

Random Effect Model digunakan untuk mengestimasi data panel ketika variabel residual diduga bahwa saling berhubungan antar waktu dan individu. Persamaannya secara umum sebagai berikut (Gujarati, 2004: 647).

$$\mathbf{Y}_{\boldsymbol{it}} = \alpha_0 + \boldsymbol{\beta x'}_{it} + \cdots + \boldsymbol{v_{it}} \tag{2.14}$$

$$\boldsymbol{v_{it}} = \boldsymbol{\varepsilon_i} + \boldsymbol{\mu_{it}}$$

dengan :

$\boldsymbol{v_{it}}$ = *error term*

$\boldsymbol{\varepsilon_i}$ = komponen *error cross-section*

$\boldsymbol{\mu_{it}}$ = komponen *error cross-section* dan *time series*

Ada beberapa hal berhubungan dengan hasil estimasi *random effect*. Pertama, penjumlahan dari nilai *random effect* adalah nol, karena komponen error (v_{it}) merupakan gabungan *times series error* dan *cross section error*. Kedua, nilai R^2 didapatkan dari transformasi regresi *Generalized Least Square* (GLS) sehingga *random effect* ini dapat diestimasi dengan metode GLS. Beberapa asumsi yang berlaku pada REM adalah

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)\ ;\ \mu_{it} \sim N\left(0, \sigma_\mu^2\right) \tag{2.15}$$

$$E(\varepsilon_i \mu_{it}) = 0; E\left(\varepsilon_i \varepsilon_j\right) = 0\ (i \neq j);$$

$$E(\mu_{it}\mu_{is}) = E\left(\mu_{it}\mu_{jt}\right) = E\left(\mu_{it}\mu_{js}\right) = 0\ (i \neq j, t \neq s)$$

Perlu diperhatikan juga bahwa ada variabel tersembunyi (*latent*/*unobserva-ble*) dalam *random effect* ini, yiatu ε_i yang tidak dapat langsung diamati sehingga nilainya dihitung berdasarkan v_{it} dan berdasarkan persamaan (2.12), maka :

$$\mathrm{E}(v_{it}) = 0$$

$$var[\varepsilon_i + \mu_{it}] = var \begin{bmatrix} \varepsilon_i + \mu_{i1} \\ \vdots \\ \varepsilon_i + \mu_{iT} \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

$$= \begin{pmatrix} \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\mu^2 & \sigma_\mu^2 & \dots & \sigma_\mu^2 \\ \sigma_\mu^2 & \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\mu^2 & \dots & \sigma_\mu^2 \\ \sigma_\mu^2 & \sigma_\mu^2 & \ddots & \vdots \\ \sigma_\mu^2 & \sigma_\mu^2 & \dots & \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\mu^2 \end{pmatrix}$$

$$= \Omega$$

Sehingga,

$$var(v_{it}) = \begin{bmatrix} \Omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Omega_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Omega_1 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Selanjutnya menggunakan prosedur GLS akan diperoleh estimator sebagai berikut.

$$\hat{\beta} = [X'\Omega^{-1}X]^{-1}[X'\Omega^{-1}Y]$$

dalam hal ini, jika $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, parameter persamaan (2.14) dan (2.15) dapat diestimasi dengan *common effect model*. Seperti yang tertera pada persamaan (2.16), error w_{it} mengalami homoskedastisitas akan tetapi terjadinya korelasi diantara nilai *error* juga tidak dapat dihindari. Koefisien korelasi $corr(w_{it}, w_{is})$ dapat ditulis sebagai berikut (Gujarati, 2004; 648).

$$corr(v_{it}, v_{is}) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\mu^2} \tag{2.18}$$

2.2 Pemilihan Model Regresi Data Panel

Estimasi yang diperoleh agar dapat seefisien mungkin dilakukan pemilihan model secara statistik (Alfiani, 2022). Pemilihan tersebut dapat dilakukan dengan dua pengujian sebagai berikut :

2.2.1 Uji Chow (*Chow Test*)

Memilih model yang akan digunakan antara *fixed effect model* dengan *common effect model* dapat menggunakan uji chow. Penggunaan uji chow mengasumsikan bahwa setiap unit *cross section* mempunyai perilaku yang sama tidak realistis meningkat kemungkinan bahwa setiap unit *cross section* mempunyai perilaku yang berbeda merupakan dasar dari uji chow. Hipotesis untuk uji chow adalah sebagai berikut (Baltagi, 2005: 13):

H_0 : $\alpha_i = \cdots = \alpha_n$ (Model *Common effect* lebih baik)

H_1 : minimal ada satu intersep α_i yang berbeda (Model *Fixed Effect* lebih baik)

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik Uji Chow adalah sebagai berikut :

$$F_{hitung} = \frac{(JKG_{gabungan} - JKG_{tetap})/(n-1)}{JKG_{tetap}/(nT-n-K)} \tag{2.19}$$

dengan :

n	: jumlah individu (*cross section*)
T	: jumlah periode waktu (*time series*)
K	: jumlah variabel independen
$JKG_{gabungan}$	: jumlah kuadrat galat yang berasal dari model *common effect*
JKG_{tetap}	: jumlah kuadrat galat yang berasal dari model *fixed effect*

Menolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{n-1,n(T-1)-K}$ atau *P-Value* < α dan sebaliknya.

2.2.2 Uji Hausman (*Hausman Test*)

Menentukan model yang akan digunakan antara *fixed effect model* dengan *random effect model* menggunakan uji hausman. Penggunaan uji hausman pada model *fixed effect model* karena mengandung unsur *trade off* yakni hilangnya unsur derajat bebas dengan memasukkan variabel *dummy*. Kemudian, pada model *random effect* harus memperhatikan ketiadaan pelanggaran asumsi dari setiap komponen galat (Caraka, 2017). Hipotesis untuk uji Hausman adalah sebagai berikut (Baltagi, 2005: 67).

H_0 : korelasi $(X_{it}, \varepsilon_{it}) = 0$ (model *Random Effect* lebih baik)

H_1 : korelasi $(X_{it}, \varepsilon_{it}) \neq 0$ (model *Fixed Effect* lebih baik)

Menggunakan statistik Hausman penolakan H_0 dirumuskan sebagai berikut :

$$\chi^2(K) = (\boldsymbol{b} - \boldsymbol{\beta})'[Var(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{\beta})]^{-1}(\boldsymbol{b} - \boldsymbol{\beta}) \tag{2.20}$$

dengan :

b = koefisien *random effect*

$\boldsymbol{\beta}$ = koefisien *fixed effect*

Statistik hausman menyebar *Chi-Square*, jika nilai $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{(K-\alpha)}$ atau *P-Value* < α, maka dapat disimpulkan menolak H_0 begitu pula sebaliknya.

2.3 Uji Asumsi Klasik

Model regresi data panel yang baik adalah model yang memenuhi kriteria BLUE yakni *Best, Linear, Unbiased,* dan *Estimator*. Pencapaian hal tersebut ketika model memenuhi asumsi klasik. Menurut Widarjono (2007), persamaan yang terbebas dari uji asumsi klasik akan menjadi estimator yang tidak bias. Pengujian yang dilakukan meliputi normalitas, multikolinearitas, heteroske-dastisitas, dan autokorelasi.

2.3.1 Uji Normalitas

Uji normalitas bertujuan untuk mengetahui nilai residual pada model regresi berdistribusi normal atau tidak. Terdapat beberapa jenis uji normalitas, salah satunya adalah uji *Jarque-Bera* (JB). Menurut Jarque dan Berra (1980) uji JB menggunakan perhitungan dari nilai *skewness* (ukuran kemiringan) dan *kurtosis* (ukuran keruncingan).

Hipotesis untuk uji JB adalah sebagai berikut :

H_0 : residual data berdistribusi normal

H_1 : residual data tidak berdistribusi normal

Dasar penolakan H_0 menggunakan uji JB sebagai berikut :

$$JB = \frac{N-K}{6}\left(S^2 + \frac{(k-3)^2}{4}\right) \tag{2.21}$$

dengan:

N = jumlah unit *cross section*

K = jumlah variabel Independen

k = nilai *kurtosis* residual

S = nilai *skewness* residual

Jika $JB > \chi^2_{\alpha,1}$ atau $p - value < \alpha$, maka disimpulkan menolak H_0 begitu pula sebaliknya.

2.3.2 Uji Multikolinearitas

Pada model regresi memungkinkan ditemukannya korelasi antar variabel independen, untuk mengetahui hal tersebut digunakan uji multikolinearitas. Korelasi antar variabel independen harusnya tidak terjadi agar model regresi memenuhi kriteria BLUE. Adanya multikolinearitas dilihat dari nilai R^2 yang tinggi (>0,8) tetapi tidak ada atau sedikit variabel yang signifikan maka model yang diperoleh mengalami multikolinearitas (Widarjono, 2007: 133). Selanjutnya, besarnya nilai *tolerance* dan *Variance Inflation Factor* (VIF) dapat menunjukkan multikolinearitas. Jika nilai *tolerance* < 0,1 atau nilai VIF > 10 maka variabel memiliki multikolinearitas (Basuki, 2014: 99).

2.3.3 Uji Heteroskedastisitas

Pada model regresi memungkinkan terjadinya heteroskedastisitas yakni keragaman dari suatu pengamatan ke pengamatan lain tidak sama. Heterosked astisitas dapat diketahui dengan menggunakan beberapa metode pengujian, salah satunya uji Glejser. Uji Glejser dilakukan dengan cara meregresikan nilai absolut residualnya dengan variabel independennya. Hipotesis uji glejser adalah sebagai berikut (Widarjono, 2005: 152).

H_0 : Terdapat homoskedastisitas

H_1 : Terdapat heteroskedastisitas

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik uji Glejser sebagai berikut:

$$|\hat{e}_i| = \beta_0 + \beta_i X_i + v_i \quad (2.22)$$

dengan :

$|\hat{e}_i|$: Residual absolute hasil regresi

v_i : Residual

Heteroskedastisitas terjadi dilihat dari nilai β_i, jika signifikan melalui uji t maka disimpulkan terjadi heteroskedastisitas dan sebaliknya jika nilai β_i tidak signifikan secara statistik maka disimpulkan model mengandung homoskedastisitas. Sehingga dapat disimpulkan jika hasil $t_{hitung} > t_{tabel}$ dari melakukan regresi terhadap residual absolut dengan variabel independennya maka cukup bukti untuk menolak H_0. Artinya, hasil regresi terdapat heteroskedastisitas (Widarjono, 2005: 152).

2.3.4 Uji Autokorelasi

Uji autokorelasi bertujuan untuk mengetahui apakah suatu model regresi ada penyimpangan asumsi klasik autokorelasi. Terjadinya autokorelasi dikarenakan *residual* (kesalahan penganggu) yang tidak bebas dari suatu pengamatan ke penga matan lain(Arum dan Haris, 2019). Adanya masalah autokorelasi dapat dideteksi salah satunya menggunakan uji *Durbin-Watson*. Hipotesis uji *Durbin-Watson* sebagai berikut (Widarjono, 2007: 181).

H_0 : $\rho = 0$ (tidak terdeteksi autokorelasi)

H_1 : $\rho \neq 0$ (terdeteksi autokorelasi)

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik uji *Durbin-Watson* sebagai berikut :

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{N}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{N}{\varepsilon_t}^2} \quad (2.23)$$

Dengan kriteria uji *Durbin-Watson* yaitu :

Tabel 2.1 Kriteria Pengujian *Durbin Watson*

Hipotesis Nol	Keputusan	Kriteria
Ada autokorelasi positif	Tolak	0 < DW <dl
Tidak ada autokorelasi positif	Tidak ada keputusan	dl < DW < du
Ada autokorelasi negative	Tolak	(4-dl) < DW < 4
Tidak ada autokorelasi negative	Tidak ada keputusan	(4-du) < DW < (4-dl)
Tidak ada autokorelasi	Jangan tolak	du < DW < (4-du)

Sumber : (Widarjono, 2007: 182)

2.4 Pemeriksaan persamaan Regresi Data Panel

2.4.1 Uji Silmutan (Uji F)

Uji F digunakan untuk melakukan uji hipotesis koefisien (*slope*) secara menyeluruh. Ada tidaknya pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen secara bersama-sama diperlihatkan dengan menggunakan uji F (Widarjono, 2007: 88).

Hipotesis :

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta_k = 0$

H_1 : Minimal ada satu $\beta_j = 0$, j = 1,2,…, p

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik uji F sebagai berikut :

$$F_{hitung} = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \tag{2.24}$$

Dengan :

F = Nilai F hitung

R^2 = Koefisien determinasi

n = Jumlah *cross section*

k = Jumlah variabel independen

Jika $F_{hitung} > F_{tabel}$, maka disimpulkan menolak H_0. Artinya minimal ada satu variabel independen yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel dependen.

2.4.2 Uji parsial (Uji t)

Uji t digunakan untuk mengetahui apakah variabel independen secara parsial memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel dependen. Hipotesis uji t sebagai berikut (Montgomery, 2012: 25).

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 : \beta_j \neq 0$, j=1,2,…, k (koefisien *slope*)

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik uji parsial atau uji t adalah sebagai berikut :

$$t = \frac{\widehat{\beta_j}}{se\hat{\beta}_j} \quad (2.25)$$

$$se\hat{\beta}_j = \sqrt{var\hat{\beta}_j} \quad (2.26)$$

Dengan :

$\widehat{\beta_j}$ = koefisien regresi

$se\hat{\beta}_j$ = *standart error* koefisien regresi

Jika $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka dapat disimpulkan menolak H_0. Artinya, variabel independen secara parsial mempengaruhi variabel dependen.

2.5 Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial (**W**) merupakan komponen penting dalam menggambarkan kedekatan satu lokasi dengan lokasi lainnya dan ditentukan berdasarkan informasi atau kedekatan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya (*neighborhood*). Untuk menjelaskan adanya efek spasial dalam suatu model, pembobot perlu ditambahkan kedalam model. pembobotan diberi nilai 0 dan 1. Pembobotan bernilai 1 jika dua wilayah memiliki efek spasial atau dianggap bertetangga (Anselin, 2010: 17).

Unsur-unsur w_{ij} dari matriks pembobotan spasial **W** menunjukkan ukuran hubungan antara lokasi ke-*i* dan ke-*j*. Bentuk umum dari matriks pembobot spasial (**W**) adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{W} = \begin{pmatrix} w_{11} & \cdots & w_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{i1} & \cdots & w_{ij} \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

Terdapat beberapa cara mendefinisikan ketetanggaan menurut Kosfeld (2006) adalah sebagai berikut :

1. *Rook Contiguity* (Persinggungan sisi)

   Rook Contiguity mengacu pada lokasi yang bersisian dengan lokasi yang menjadi perhatian. Ilustrasi *Rook Contiguity* dapat dilihat sebagai berikut :

	Unit B2	
Unit B1	Unit A	Unit B3
	Unit B4	

Gambar 2.1 *Rook Contiguity*

Berdasarkan Gambar 2.1 unit A bertetangga dengan unit B1, B2, B3, dan B4. Unit yang bertetangga diberi nilai pembobot $w_{ij} = 1$, sedangkan untuk unit lainnya adalah $w_{ij} = 0$.

2. *Bishop Contiguity* (Persinggungan sudut)

   Bishop Contiguity mengacu pada lokasi yang titik sudutnya bertemu dengan sudut lokasi yang menjadi perhatian. Ilustrasi *Bishop Contiguity* dapat dilihat pada gambar sebagai berikut :

Unit C1		Unit C2
	Unit A	
Unit C4		Unit C3

Gambar 2.2 *Bishop Contiguity*

Berdasarkan Gambar 2.2 unit A bertetangga dengan unit C1, C2, C3, dan C4. Unit yang bertetangga diberi nilai pembobot $w_{ij} = 1$, sedangkan untuk unit lainnya adalah $w_{ij} = 0$.

3. *Queen Contiguity* (Persinggungan sisi sudut)

Queen Contiguity mengacu pada lokasi yang bersisian dan titik sudutnya bertemu dengan lokasi yang menjadi perhatian. Ilustrasi *Queen Contiguity* dapat dilihat pada gambar sebagai berikut :

Unit C1	Unit B2	Unit C2
Unit B1	Unit A	Unit B3
Unit C4	Unit B4	Unit C3

Gambar 2.3 *Queen Contiguity*

Berdasarkan Gambar 2.3 unit A bertetangga dengan unit B1, B2, B3, dan B4 serta C1, C2, C3, dan C4. Unit yang bertetangga diberi nilai pembobot $w_{ij} = 1$, sedangkan untuk unit lainnya adalah $w_{ij} = 0$.

Ada dua cara unruk mendapatkan matriks pembobot spasial $\mathbf{W}$ yaitu matriks pembobot terstandarisasi (*standardize contiguity matrix* $\mathbf{W}$) dan matriks pembobot tak terstandarisasi (*unstandardized contiguity matrix* $\mathbf{W}^*$). Matriks pembobot terstandarisasi didapat dengan cara sebagai berikut (LeSage, 1999).

$$\boldsymbol{W} = \frac{w_{ij}}{\sum_{n=1}^{k} w_{ij}} \tag{2.28}$$

2.6 Analisis Regresi Spasial

Spasial yang artinya ruang berasal dari kata *Space*/*Spatium*. Ruang ini berhubungan dengan ukuran, posisi, bentuk dan lain-lain. Analisis yang menguji terdapat atau tidaknya hubungan antara suatu variabel dan variabel lain dengan memberikan efek spasial pada lokasi yang menjadi pengamatan adalah analisis regresi spasial (Anselin, 2010). Model umum regresi spasial menurut LeSage (1999) adalah sebagai berikut.

$$\mathbf{y} = \gamma\mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\phi} \tag{2.29}$$

$$\boldsymbol{\phi} = \lambda\mathbf{W}\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.30}$$

dengan :

y = vektor variabel dependen berukuran N x 1.

X = matriks variabel independen berukuran N x (K+1).

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor koefisien parameter regresi berukuran (K+1) x 1.

γ = koefisien parameter spasial *lag* pada regresi spasial.

λ = koefisien parameter spasial *error* pada regresi spasial.

$\boldsymbol{\phi}$ = vektor *error* persamaan (2.29)

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor *error* persamaan (2.30)

$\boldsymbol{W}$ = matriks pembobot spasial terstandarisasi berukuran N x N

N = banyaknya unit *cross section*

Ada beberapa model yang dapat terbentuk dari model umum regresi spasial sebagai berikut.

1. *Spatial Autoregressive Model* (SAR)

Model *Spatial Autoregressive Model* (SAR) dapat digunakan dalam pendekatan area untuk memperhitungkan pengaruh *lag* pada variabel dependen dapat digunakan model. Berdasarkan model umum spasial apabila $\lambda = 0$ dan $\gamma \neq 0$, model SAR yang akan diperoleh sebagai berikut (Yasin, 2020).

$$\mathbf{y} = \gamma\mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.31}$$

Berikut ini adalah bentuk estimasi parameter *Spatial Autoregressive Model* yang diperoleh dengan menggunakan metode *Maximum likelihood* (LeSage, 2009: 46):

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}(\mathbf{I} - \gamma\mathbf{W})\boldsymbol{y} \tag{2.32}$$

2. *Spatial Error Model* (SEM)

Model spasial yang terjadi akibat adanya pengaruh spasial pada *error* dapat digunakan model *Spatial Error Model* (SEM). Berdasarkan model umum spasial apabila $\lambda \neq 0$ dan $\gamma = 0$, model SEM yang akan diperoleh sebagai berikut (Rati, 2013).

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\phi} \tag{2.33}$$

$$\boldsymbol{\phi} = \lambda\mathbf{W}\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.34}$$

Berikut ini adalah bentuk estimasi parameter *Spatial Error Model* yang diperoleh dengan menggunakan metode *Maximum likelihood* (LeSage, 2009: 50):

$$\boldsymbol{\beta} = [(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{W}\mathbf{X})^{\mathrm{T}}]^{-1}(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{W}\mathbf{X})^{\mathrm{T}}(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W})\boldsymbol{y} \tag{2.35}$$

3. *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA)

Spatial Autoregressive Moving Average (SARMA) adalah model spasial yang menggabungkan SAR dan SEM. Jika nilai $\rho \neq 0$ dan $\lambda \neq 0$ digunakan dalam persamaan (spasial umum), maka persamaan model SARMA akan terbentuk (Anselin, 2010). Sehingga model umum SARMA adalah sebagai berikut (Yasin, 2020).

$$\boldsymbol{y} = \rho\mathbf{W}\boldsymbol{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \tag{2.36}$$

$$\mathbf{u} = \lambda\mathbf{W}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}\,;\ \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2\mathbf{I}) \tag{2.37}$$

$$\mathbf{u} = (\boldsymbol{I} - \lambda W)^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.38}$$

$$\mathbf{y} = \rho\mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W})^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.39}$$

Berikut ini adalah estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ untuk model SARMA menggunakan metode *maximum likelihood* (Sari, 2020 : 59):

$$\boldsymbol{\beta} = [(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{W}\mathbf{X})^{\boldsymbol{T}}(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{W}\mathbf{X})]^{-1}(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{W}\mathbf{X})^{\boldsymbol{T}}(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W} - \rho\mathbf{W})\boldsymbol{y} \tag{2.40}$$

Memaksimalkan persamaan estimator untuk $\boldsymbol{\beta}$ secara analitik tidak dapat digunakan untuk memperkirakan parameter ρ dan λ. Penaksir untuk ρ dan λ diperoleh dengan cara yang sama yaitu dengan menggabungkan rumus *partial autocorrelation function* (PACF) dengan persamaan Yule-Walker, tetapi untuk ρ menggunakan nilai variabel dependen sedangkan untuk λ menggunakan nilai residual/*error* dari model regresi linier berganda. Durbin telah mengusulkan metode yang lebih efisien untuk menyelesaikan masalah permasalah Yule Walker, yaitu sebagai berikut.

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k}\hat{\phi}_{kj}\hat{\rho}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k}\hat{\phi}_{kj}\hat{\rho}_j} \tag{2.41}$$

Dengan $\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1}\hat{\phi}_{k,k+1-j}$, untuk j= 1,2, … ,k (Aswi dan Sukarna, 2006).

2.7 Autokorelasi Spasial

Korelasi antara variabel dan dirinya sendiri berdasarkan lokasi diukur sebagai autokorelasi spasial (Hikmah, 2019). Salah satu statistik yang biasa digunakan adalah Indeks Moran's. Nilai indeks Moran's berada pada kisaran -1 (autokorelasi negatif sempurna) sampai dengan 1 (autokorelasi positif sempurna). Indeks moran's dilakukan dengan menggunakan rumus sebagai berikut (Lee dan Wong, 2001: 80).

$$I = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \quad (2.42)$$

Dimana :

n : banyaknya pengamatan

x_i : nilai amatan pada lokasi ke-i

x_j : nilai amatan pada lokasi ke-j

$\bar{x}$: rata-rata dari nilai amatan ke-i dari n lokasi

w_{ij} : elemen metriks pembobot spasial baris ke-i kolom ke-j

Menurut Lee & Woong (2001) tentang Nilai ekspektasi dari *Moran's I* adalah:

$$E(I) = I_0 = -\frac{1}{n-1} \quad (2.43)$$

Ada atau tidaknya autokorelasi dalam data dapat ditentukan dengan membandingkan nilai *Moran's I* (I) dengan nilai ekspektasi *Moran's I* (I_0) dalam hipotesis berikut.

H_0 : $I = I_0$ (tidak ada autokorelasi spasial antar lokasi)

H_1 : $I \neq I_0$ (ada autokorelasi spasial antar lokasi)

Nilai $I > I_0$ menyebabkan nilai autokorelasi spasial bernilai positif dan pola data yang terbentuk adalah mengelompok. Jika $I < I_0$ maka memiliki makna autokorelasi bernilai negatif dan pola data yang terbentuk adalah menyebar. jika $I = I_0$ maka artinya tidak terdapat autokorelasi spasial.

2.8 Uji Lagrange Multiplier (LM)

Suatu model akan terdeteksi memiliki pengaruh spasial dengan digunakan uji *Lagrange Multiplier*. Uji *Lagrange Multiplier* (LM) digunakan untuk memilih model regresi spasial yang sesuai (LeSage, 1999). Uji *Lagrange Multiplier* dibagi menjadi dua bagian yaitu LM_{lag} dan LM_{error}. Jika LM_{lag} signifikan maka model SAR adalah model yang sesuai. Jika LM_{error} signifikan maka model SEM adalah model yang sesuai. SARMA (*Spatial Autoregressive Moving Average*) adalah model yang sesuai jika keduanya signifikan (Anselin, 2010).

1. *Lagrange Multiplier* untuk Lag

Pada LM_{lag} , hipotesisnya adalah sebagai berikut :

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terdapat ketergantungan spasial *lag*)

$H_1 : \rho \neq 0$ (terdapat ketergantungan spasial *lag*)

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik uji sebagai berikut :

$$LM_{lag} = \frac{\left(\frac{e^T W_1 y}{S^2}\right)^2}{\frac{((W_1 X\beta)^2 M(W_1 X\beta) + TS^2)}{S^2}} \quad (2.44)$$

dimana:

$$M = \mathrm{I} - X(X^T X)^{-1} X^T \quad (2.45)$$

$$T = tr\big((W_1^T + W_1)W_1\big) \quad (2.46)$$

$$S^2 = \frac{e^T e}{n} \quad (2.47)$$

Dengan :

W_1 = matriks pembobot

β = estimasi parameter

Jika $LM_{lag} > \chi^2_{(1;1-\alpha)}$ atau $p - value < \alpha$, maka dapat disimpulkan menolak H_0, dan sebaliknya.

2. *Lagrange Multiplier* untuk *error*

pada LM_{error}, hipotesisnya adalah sebagai berikut:

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terdapat ketergantungan spasial pada *error*)

$H_1 : \rho \neq 0$ (terdapat ketergantungan spasial pada *error*)

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik uji sebagai berikut :

$$LM_{error} = \frac{\left(\frac{e^T W e}{e'e/n}\right)^2}{T} \quad (2.48)$$

Dimana :

$$T = tr[(W + W')W] \quad (2.49)$$

Jika $LM_{erorr} > \chi^2_{(1;1-\alpha)}$ atau $p - value < \alpha$, maka dapat disimpulkan untuk menolak H_0, dan sebaliknya.

2.9 Model Regresi Spasial Panel

Spasial data panel memodelkan masalah oleh beberapa faktor yang memiliki pengaruh dengan berfokus pada lokasi menggunakan data panel, dengan karakteristik yang dimiliki data panel adalah *cross section* dan *time series*. Persamaan untuk model regresi linear gabungan dengan efek spesifik spasial tanpa efek interaksi spasial adalah sebagai berikut (Elhorst, 2009).

$$\boldsymbol{y_{it}} = \boldsymbol{x_{it}\beta} + \boldsymbol{\mu_i} + \boldsymbol{\varepsilon_{it}} \tag{2.50}$$

dengan :

i = indeks pada dimensi *cross-section* (unit-unit spasial), $i = 1, \ldots, N$.

t = indeks pada dimensi waktu (periode waktu), $t = 1, \ldots, T$.

y_{it} = variabel dependen pada unit ke-i dan waktu ke-t.

$\boldsymbol{x_{it}}$ = vektor (1 x K) untuk variabel independen pada unit ke-i dan waktu ke-t.

$\boldsymbol{\beta}$ = vektor (K x 1) untuk parameter dari variabel independen.

$\boldsymbol{\mu_i}$ = efek spesifik spasial pada unit ke-i

$\boldsymbol{\varepsilon_{it}}$ = *error* pada unit ke-i dan waktu ke-t

T = banyaknya periode waktu

Elhorst (2009: 378) mendefinisikan interaksi spasial yang ada pada model sebagai model yang dapat mengandung variabel dependen dengan spasial *lag* atau mengandung spasial pada *error*.

2.9.1 Model Spasial *Lag* Data Panel

Spatial lag model atau model *spatial autoregressive* (SAR) data panel memperlihatkan bahwa ketergantungan yang dimiliki variabel dependen pada variabel independen, dengan variabel dependen diamati pada unit terdekat.

Persamaan model spasial *lag* data panel sebagai berikut (Elhorst, 2009).

$$\boldsymbol{y} = \delta \boldsymbol{W}_{NT}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{X\beta} + (\boldsymbol{\iota}_T \otimes \mathbf{I}_N)\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.51}$$

dengan :

δ = koefisien parameter spasial lag pada model spasial lag data panel

$\mathbf{W}_{NT}$ = matriks pembobot spasial terstandarisasi baris ke-i kolom ke-j

$\boldsymbol{y}$ = vektor variabel dependen berukuran NT x 1

$\boldsymbol{X}$ = matriks variabel independen berukuran NT x K.

$\boldsymbol{\iota}_T$ = vektor berukuran T x 1 yang setiap entrinya berisi 1.

$\mathbf{I}_N$ = matriks identitas berukuran N x N.

2.9.2 Model Spasial *Error* Data Panel

Spatial Error Model memperlihatkan bahwa ketergantungan yang dimiliki variabel dependen pada variabel independen yang diamati dan *error* yang berkorelasi antar tempat (*space*) yang berdekatan.

Model spasial *error* data panel dinyatakan sebagai berikut (Elhorst, 2009).

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + (\boldsymbol{\iota}_T \otimes \mathbf{I}_N)\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\phi} \tag{2.52}$$

$$\boldsymbol{\phi} = \rho \boldsymbol{W}_{NT}\, \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.53}$$

Dengan :

ρ : koefisien parameter spasial error pada model spasial *error* data panel.

$\boldsymbol{\phi}$: vektor error persamaan (2.52) yang berukuran NT x 1.

$\boldsymbol{\varepsilon}$: vektor error persamaan (2.53) yang berukuran NT x 1.

2.10 Estimasi Model Spasial Panel

2.10.1 *Fixed Effect Spatial Autoregressive Model*

Maximum Likelihood Estimation (MLE) digunakan untuk memperkirakan parameter dalam model ini. Fungsi *log-likehood* dari model spasial *lag fixed effect* ditunjukkan dalam persamaan berikut.

$$Ln\ L = -\frac{NT}{2} Ln(2\pi\sigma^2) + TLn|(\boldsymbol{I}_N - \delta \boldsymbol{W})| - \frac{1}{2\pi\sigma^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(y_{it} - \delta\sum_{j=1}^{N} w_{ij}y_{jt} - \boldsymbol{x_{it}\beta} - \mu_i\right)^2 \tag{2.54}$$

Estimasi parameter model untuk spasial lag *fixed effect* dengan *Maximum Likelihood* sebagai berikut. Tanda * menunjukkan *fixed effect model*.

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(y_{it} - \delta\sum_{j=1}^{N} w_{ij}y_{jt} - \sum_{p=1}^{K}\beta_p x_{itp}\right) \tag{2.55}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{\mathrm{NT}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}{\varepsilon_{it}^{*}}^{2} = \frac{(\varepsilon^*)'\varepsilon^*}{NT} \tag{2.56}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = ((\boldsymbol{X}^*)'\boldsymbol{X}^*)^{-1}(\boldsymbol{X}^*)'\boldsymbol{y}^* - ((\boldsymbol{X}^*)'\boldsymbol{X}^*)^{-1}(\boldsymbol{X}^*)'\delta(\boldsymbol{\iota}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{y}^* \tag{2.57}$$

dengan : $((\boldsymbol{X}^*)'\boldsymbol{X}^*)^{-1}$ ada.

$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \boldsymbol{y}^* - \delta(\boldsymbol{\iota}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}$

$\boldsymbol{y}^* = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{y}$; $\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}$; $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{NT}} - \frac{1}{T}\boldsymbol{\iota}_T(\boldsymbol{\iota}_T)' \otimes \boldsymbol{I}_N$

Estimasi untuk δ didapat dengan memasukkan parameter $\hat{\sigma}^2$ dan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ke fungsi *log-likelihood* dan menggunakan langkah numerik untuk mendapatkan parameter $\hat{\delta}$ (Elhorst, 2014).

2.10.2 *Fixed Effect Spatial Error Model*

Maximum Likelihood Estimation (MLE) digunakan untuk memperkirakan parameter dalam model ini. Fungsi *log-likehood* dari model spasial *error fixed effect* adalah sebagai berikut (Caraka, 2017).

$$Ln\,L = -\frac{NT}{2}Ln(2\pi\sigma^2) + TLn|\boldsymbol{I}_N - \delta\boldsymbol{W}| - \frac{1}{2\pi\sigma^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} y_{it} - \rho \sum_{j=1}^{N} y_{it} - \sum_{p=1}^{K}\beta_p\,(x_{itp} - \rho\sum_{j=1}^{N} w_{ij}x_{jtp}) - (\mu_i - \rho\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\mu_j))^2 \tag{2.58}$$

Estimasi parameter model untuk spasial *error fixed effect* dengan *maximum likelihood* adalah sebagai berikut. Tanda * menunjukkan *fixed effect model*.

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(y_{it} - \sum_{p=1}^{K}\beta_p x_{itp}\right) \tag{2.59}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{\mathrm{NT}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} {e_{it}^*}^2 = \frac{(\boldsymbol{e}^*)'\boldsymbol{e}^*}{NT} \tag{2.60}$$

Dengan $\boldsymbol{e}^* = \boldsymbol{y}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{y}^* - [\boldsymbol{X}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{X}^*]\boldsymbol{\beta}$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \{[\boldsymbol{X}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{X}^*]'[\boldsymbol{X}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{X}^*]\}^{-1}[\boldsymbol{X}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{X}^*]'[\boldsymbol{y}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{y}^*] \tag{2.61}$$

Dengan $\{[\boldsymbol{X}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{X}^*]'[\boldsymbol{X}^* - \rho(\boldsymbol{I}_T \otimes \boldsymbol{W})\boldsymbol{X}^*]\}^{-1}$ ada.

2.10.3 *Random Effect Spatial Autoregressive Model*

Apabila efek spasial *lag* diasumsikan *random*, fungsi *log-likelihood* dari model adalah sebagai berikut (Elhorst, 2014).

$$Ln\ L = -\frac{NT}{2} ln(2\pi\sigma^2)|\boldsymbol{I}_N - \delta\boldsymbol{W}| - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} \quad ({y^{tr}}_{it} - \delta\left|\sum_{j=1}^{N} w_{ij}y_{jt}\right|^{tr} - \boldsymbol{x_{ij}\beta})^2 \qquad (2.62)$$

dimana *tr* menerangkan transformasi variabel dependen terhadap θ

$$Ln\ L = \ -\frac{NT}{2} ln[e(\theta)'e(\theta)] + \frac{N}{2} ln\theta^2 \qquad (2.63)$$

elemen $e(\theta)$ diartikan sebagai berikut :

$$e(\theta) = y_{it} - (1-\theta)\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it} - \delta\left[\sum_{j=1}^{N} w_{ij}y_{jt} - (1-\theta)\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} w_{ij}y_{jt}\right] \qquad (2.64)$$

Beberapa nilai parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}, \delta$ dan σ^2 digunakan dalam prosedur iterasi sampai diperoleh nilai estimasi θ yang konvergen. Metode ini adalah metode estimasi campuran untuk memperkirakan parameter model *fixed effect spatial lag* dan *non-spatial random effect*.

2.10.4 *Random Effect Spatial Error Model*

Apabila efek spasial *error* diasumsikan *random*, fungsi *log-likelihood* dari model adalah sebagai berikut (Elhorst, 2014).

$$Ln\ L = -\frac{NT}{2} ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} ln|\boldsymbol{V}| + (\boldsymbol{T}-1)\sum_{i=1}^{N} ln|\boldsymbol{B}| - \frac{1}{2\sigma^2}\boldsymbol{e}' (\frac{1}{T}\boldsymbol{\iota_T\iota'_T}\otimes\boldsymbol{V}^{-1})^2\boldsymbol{e} - \frac{1}{2\sigma^2} e'\left(\boldsymbol{I}_T - \frac{1}{T}\boldsymbol{\iota}_T\boldsymbol{\iota'}_T\right)\otimes(\boldsymbol{B'B})\boldsymbol{e} \qquad (2.65)$$

Fungsi yang diperoleh dari hasil transformasi adalah sebagai berikut:

$$y^{\circ}_{it} = y_{it} - \rho\sum_{j=1}^{N} w_{ij}y_{jt} + \sum_{j=1}^{N}\left\{[p_{ij} - (1-\rho w_{ij})]\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{jt}\right\} \qquad (2.66)$$

Notasi $p_{ij} = p(\rho,\varphi)_{ij}$ digunakan untuk menunjukkan elemen matriks $\boldsymbol{P}$ yang tergantung pada ρ dan φ. Estimasi $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ dan σ^2 dengan diberikan pada ρ dan φ bisa dilakukan dengan regresi OLS antara $\mathbf{Y}$ dan $\mathbf{X}$. $\mathbf{e}^{\circ} = \mathbf{Y}^{\circ} - \boldsymbol{\beta}\mathbf{X}^{\circ}$ diperoleh $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^{\circ\prime}\mathbf{X}^{\circ})^{-1}\mathbf{X}^{\circ\prime}\mathbf{Y}^{\circ}$ dan $\hat{\sigma}^2 = (\mathbf{Y}^{\circ}\mathbf{X}^{\circ}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{Y}^{\circ} - \mathbf{X}^{\circ}\boldsymbol{\beta})/n\mathrm{T}$. Dimana ° menunjukkan *random effect model*. Namun estimasi ρ dan φ dengan diberikan $\boldsymbol{\beta}$ dan σ^2 harus dilakukan secara numerik.

2.11 Uji Wald

Penggunaan uji Wald bertujuan untuk menguji signifikansi parameter yang terdapat pada model. Hipotesisnya adalah sebagai berikut (Anselin, 2010) :

H_0 : $\hat{\delta}, \hat{\rho}, \hat{\beta}_p = 0$

H_1 : $\hat{\delta}, \hat{\rho}, \hat{\beta}_p \neq 0$

Dasar penolakan H_0 menggunakan statistik uji sebagai berikut :

$$wald_{\hat{\delta}} = \frac{\hat{\delta}}{Se(\hat{\delta})} ; wald_{\hat{\rho}} = \frac{\hat{\rho}}{Se(\hat{\rho})} ; wald_{\hat{\beta}_p} = \frac{\hat{\beta}_p}{Se(\hat{\beta}_p)} \tag{2.67}$$

Jika $|wald| > Z_{\alpha/2}$ atau $p - value < \alpha$, maka dapat disimpulkan menolak H_0, dan sebaliknya.

2.12 Uji Kebaikan Model

Pengukuran kebaikan model dilakukan untuk mendapatkan model regresi yang baik dengan melibatkan seminimal mungkin vairabel independen menggunakan koefisien determinasi (R^2). Perhitungan koefisien determinasi (R^2) sebagai berikut (Elhorst, 2014).

$$R^2(\tilde{\boldsymbol{e}}) = 1 - \frac{\tilde{\boldsymbol{e}}'\tilde{\boldsymbol{e}}}{(y - \bar{y})'(y - \bar{y})} \tag{2.68}$$

dengan :

$\bar{y}$: mean variabel dependen

$\tilde{\boldsymbol{e}}$: residual masing-masing model spasial data panel

Nilai R^2 memperlihatkan besarnya pengaruh yang dapat dijelaskan variabel independen dalam model terhadap variabel dependen. Nilai R^2 antara 0 sampai 1, jika nilai R^2 mendekati 1 artinya variabel independen mampu memberikan hampir secara keseluruhan informasi yang diperlukan untuk menjelaskan variabel dependen (Widarjono, 2007: 41).

2.13 Indeks Pembangunan Manusia

United Nation Development Program (UNDP,1995) menggambarkan pembangunan manusia sebagai cara untuk memberi lebih banyak pilihan bagi penduduk, dimana masyarakat bebas memilih untuk memenuhi kebutuhan hidup. Jika masyarakat telah mempunyai pengetahuan, keterampilan, dan keahlian dalam membangun kualitas hidupnya maka dapat dikatakan bahwa kebutuhan hidup masyarakat terpenuhi (Sazaen, 2020). Terpenuhinya kebutuhan masyarakat berarti kualitas pembangunan manusia sudah tercapai, untuk menilai kualitas pembangunan manusia digunakan tolak ukur yang telah ditetapkan UNDP (1990) yakni Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yang menjadi tolak ukur kualitas hidup dibangun melalui pendekatan tiga dimensi dasar. Dimensi tersebut meliputi *a long and healthy life* (umur panjang dan hidup sehat), *Knowledge* (pengetahuan), *decent standard of living* (standar hidup layak). Kemudian Badan Pusat Statistik menghitung tiga dimensi tersebut dengan empat komponen yakni angka harapan hidup, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah, dan pengeluaran perkapita.

Perhitungan IPM dengan metode baru diperkenalkan UNDP pada tahun 2010 karena beberapa indikator sudah tidak tepat. Badan Pusat Statistik menjelaskan beberapa perbedaan perhitungan IPM metode baru dengan metode lama sebagai berikut.

2.13.1 Indikator

Indikator Indeks Pembangunan Manusia yang mengalami perubahan adalah sebagai berikut.

a. Angka Harapan Lama Sekolah sebagai pengganti Angka Melek Huruf.
b. Produk Domestik sebagai pengganti Produk Nasional Bruto (PNB) per kapita.

2.13.2 Metode Perhitungan

Menurut Badan Pusat Statistik (2021: 149) metode perhitungan yang digunakan adalah metode agregasi dari rata-rata aritmatik berubah menjadi rata-rata geometrik dari indeks kesehatan, pendidikan, dan pengeluaran sebagai berikut.

$$IPM = \sqrt[3]{\mathrm{I}_{kesehatan} \times \mathrm{I}_{pendidikan} \times \mathrm{I}_{pengeluaran}} \times 100$$

$$\mathrm{I}_{kesehatan} = \frac{AHH - AHH_{min}}{AHH_{maks} - AHH_{min}}$$

$$\mathrm{I}_{pendidikan} = \frac{\mathrm{I}_{HLS} + \mathrm{I}_{RLS}}{2}$$

$$\mathrm{I}_{HLS} = \frac{HLS - HLS_{min}}{HLS_{maks} - HLS_{min}}$$

$$\mathrm{I}_{RLS} = \frac{RLS - RLS_{min}}{RLS_{maks} - RLS_{min}}$$

$$\mathrm{I}_{pengeluaran} = \frac{\ln(pengeluaran) - \ln(pengeluaran_{\mathrm{min}})}{\ln(pengeluaran_{maks}) - \ln(pengeluaran_{min})}$$

IPM disusun menggunakan rata-rata geometrik, pencapaian dalam satu dimensi mungkin tidak tercakup oleh pencapaian di dimensi lain. Nilai IPM sangat berpengaruh dalam memberikan gambaran menyeluruh mengenai tingkat pencapaian dengan berkisar antara 0─100. Pencapaian pembangunan manusia yang semakin baik dibuktikan dari tingginya nilai IPM suatu daerah. Berdasarkan Badan Pusat Statistik (2021:10), Tabel 2.2 menunjukkan pencapaian IPM di suatu wilayah yang dikelompokkan empat kategori sebagai berikut :

Tabel 2.2 Nilai Pencapaian IPM

Pencapaian IPM	Kategori Pencapaian IPM
$IPM < 60$	Rendah
$60 \leq IPM < 70$	Sedang
$70 \leq IPM < 80$	Tinggi
$IPM \geq 80$	Sangat Tinggi

2.14 Variabel Penelitian

2.14.1 Angka Kesakitan

Menurut Badan Pusat Statistik angka kesakitan adalah gangguan bagi kesehatan tubuh dan mental seseorang, termasuk sebagai akibat dari kecelakaan atau peristiwa lain sehingga menganggu kegiatan sehari-hari seperti bekerja, merawat rumah tangga, dan kegiatan-kegiatan lainnya. Asma/sesak nafas, batuk, diare, panas, pilek, sakit kepala, sakit gigi adalah masalah kesehatan paling umum yang dilaporkan oleh penduduk. Penduduk dengan penyakit kronis dianggap memiliki keluhan kesehatan meski penyakitnya belum kambuh pada satu bulan terakhir.

$$Angka\ Kesakitan = \frac{jumlah\ penduduk\ mengalami\ keluhan}{jumlah\ penduduk}\ x\ 100$$

Indikator ini dapat digunakan untuk menilai kondisi kesehatan masyarakat secara keseluruhan (Sirusa, 2022). Komponen penting dari pembangunan nasional yakni adalah membangunan kesehatan dikarenakan memiliki tujuan untuk meningkatkan kesadaran, kemauan, dan kemampuan untuk menjalani gaya hidup sehat dalam rangka mencapai tingkat kesehatan masyarakat yang tinggi (Sutarto,dkk., 2022). Sehingga derajat kesehatan dan kesejahteraan masyarakat menjadi yang paling mendasar dalam pembangunan manusia. Derajat kesehatan penduduk memburuk ketika angka kesakitan naik. Di sisi lain, angka kesakitan yang lebih rendah menunjukkan bahwa populasi secara keseluruhan lebih sehat (Hanum & Purhadi, 2013).

2.14.2 Harapan Lama Sekolah

Harapan lama sekolah yang merepresentasikan dimensi pengetahuan (*knowledge*) sebagai harapan lama sekolah (dalam tahun) yang dapat dimiliki oleh anak-anak dimasa depan. Harapannya adalah anak-anak akan terus bersekolah di usia berikutnya, sama dengan anak yang bersekolah yang saat ini.

Anak yang berusia tujuh tahun keatas sudah terhitung dalam perhitungan harapan lama sekolah. Perkembangan pembangunan sistem pendidikan di berbagai jenjang dapat diketahui dengan angka harapan lama sekolah, yang dihitung menggunakan rumus dasar sebagai berikut (Sirusa, 2022).

$$HLS_a^t = FK \times \sum_{i=d}^{n} \frac{E_i^t}{P_i^t}$$

Dimana :

HLS_a^t : HLS pada umur a di tahun t

E_i^t : Jumlah penduduk usia i yang bersekolah pada tahu t

P_i^t : Jumlah penduduk usia i pada tahun t

i : usia (a, a+1,…, n)

FK : Faktor koreksi pesantren.

2.14.3 Rata-rata Lama Sekolah

Dimensi pengetahuan (*knowledge*) tidak hanya diwakili oleh angka harapan lama sekolah, akan tetapi juga dilihat dari rata-rata lama sekolah. Rata-rata lama sekolah dimanfaatkan untuk menghitung berapa lama penduduk menghabiskan waktu dalam pendidikan formal. Menurut Badan Pusat Statistik penduduk yang termasuk dalam perhitungan rata-rata lama sekolah adalah penduduk yang berusia 25 tahun ke atas. Jika penduduk berusia diatas 25 tahun diketahui belum menyelesaikan pendidikan SD, SMP atau SMA maka penduduk tersebut dimasukkan ke pendidikan kesataraan paket A, paket B atau paket C. Kemudian setelah lulus dari pendidikan kesetaraan, penduduk tersebut dimasukkan ke dalam perhitungan RLS, sehingga dapat mengangkat angka RLS pada suatu daerah yang nantinya dapat meningkatkan angka IPM.

Rata-rata lama sekolah dihitung dengan rumus sebagai berikut (Sirusa, 2022).

$$RLS = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} lama\ sekolah\ penduduk_i$$

Dimana :

RLS : rata-rata lama sekolah di suatu wilayah

Lama sekolah $penduduk_i$: lama sekolah penduduk ke-i di suatu wilayah

N : jumlah penduduk (i = 1,2,3,…,n)

2.14.4 Kepadatan Penduduk

Kepadatan penduduk didefinisikan sebagai rasio jumlah penduduk dengan luas daerah yang ditempati (Mantra, 2007). Banyaknya penduduk per kilometer persegi menyatakan kepadatan di suatu daerah yang dibandingkan dengan luas tanah yang ditempati. Menghitung kepadatan penduduk dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$KP = \frac{Jumlah\ Penduduk\ Suatu\ Wilayah\ (jiwa)}{Luas\ Wilayah\ (km^2)}$$

Menurut Sukirno (2015) Pertumbuhan penduduk berdampak langsung pada tingkat kesejahteraan masyarakat. Teori Malthus menyebutkan bahwa pertambahan jumlah penduduk adalah seperti deret ukur sedangkan jumlah produksi makanan adalah seperti deret hitung. Kualitas hidup dan tingkat kesejahteraan suatu wilayah secara signifikan dipengaruhi oleh pertumbuhan penduduk yang tinggi sehingga menghasilkan ledakan penduduk. Ledakan penduduk merupakan salah satu tantangan bagi kemajuan ekonomi di negara berkembang. Peristiwa di masa depan akan sangat terpengaruhi oleh hal ini, dimana pengaruh dari ledakan penduduk adalah sebagai berikut (Christiani, 2014).

a. Kebutuhan pokok menjadi terbatas sehingga sumber kebutuhan pokok tidak lagi seimbang dengan bertambahnya jumlah penduduk.
b. Belum tercukupinya fasilitas sosial dan kesehatan (sekolah, rumah sakit, tempat rekreasi) dan fasilitas pendukung kehidupan yang lain.
c. Pekerjaan yang tidak memadai bagi tenaga kerja yang ada sehingga maengarah pada peningkatan jumlah pengangguran dan memiliki efek pada kualitas sosial kehidupan yang menurun (banyak tuna wisma, pengemis, kriminalitas meningkat dan lain-lain).