

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Tinjauan Statistik

##### 2.1.1 Analisis Deret Waktu

Menurut Wei (2006) Deret waktu adalah serangkaian pengamatan yang diambil berdasarkan urutan waktu antara pengamatan yang berdekatan dan saling berkorelasi, sehingga dikatakan bahwa pada deret waktu, tiap pengamatan yang diambil dari variabel berkorelasi dengan variabel itu sendiri pada waktu sebelumnya. Secara umum tujuan analisis deret waktu adalah untuk pemodelan dan peramalan. Pemodelan bertujuan mendapatkan suatu model statistik yang cocok atau sesuai dalam merepresentasikan perilaku jangka panjang suatu data deret waktu (*time series*). Sedangkan peramalan berkaitan dengan pembentukan model dan metode yang dapat digunakan untuk menghasilkan suatu ramalan yang akurat.

Data deret waktu menurut Makridakis (1999) dapat membentuk pola tertentu yang secara umum terbagi menjadi empat, yaitu:

- a. Pola horisontal (H) terjadi jika data pengamatan berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan, hal ini dapat dikategorikan sebagai data stasioner.
- b. Pola musiman (S) terjadi jika data pengamatan dipengaruhi oleh faktor musiman (seperti kuartal tahun, bulanan, mingguan, atau waktu tertentu seperti liburan dan hari raya besar).

- c. Pola siklis (C) terjadi jika data pengamatan dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang dan umumnya berulang setiap periode waktu tertentu.
- d. Pola trend (T) terjadi apabila terdapat kecenderungan terjadi peningkatan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data dan pola ini dapat dipengaruhi oleh suatu faktor selama terjadinya perubahan sepanjang periode waktu tertentu.

### 2.1.2 Deret Waktu *Multivariate*

Menurut Wei (2006) Deret waktu *Multivariate* merupakan analisis deret waktu yang melibatkan beberapa variabel deret waktu untuk memodelkan dan menjelaskan interaksi serta pergerakan diantara sejumlah variabel deret waktu. Data deret waktu *multivariate* yang tidak stasioner dalam *mean*, akan dilakukan *differencing* sedangkan data deret waktu multivariat yang tidak stasioner dalam varians akan dilakukan transformasi. Tujuan utama dari pemodelan analisis deret waktu multivariat adalah menentukan estimasi fungsi yang akurat sehingga fungsi tersebut dapat digunakan untuk meramalkan nilai pada masa mendatang (future value) dengan baik untuk semua variabel.

Analisis data deret waktu multivariat akan memodelkan variabel atau satu set data time series yang berkorelasi dan tercatat dari waktu ke waktu. Variabel multivariat dinotasikan sebagai berikut.

$$Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{nt} \quad (2.1)$$

dimana  $Y_{it}$ ,  $i = 1, \dots, N$  yang merupakan variabel ke- $i$  yang dicatat pada saat  $t$ . Maka bentuk nilai prediksi untuk variabel  $N$  selanjutnya saat  $t+h$ , fungsinya yaitu:

$$\hat{y}_{N,T+H} = f_N(Y_{1,T}, \dots, Y_{N,T}, Y_{1,T-1}, \dots, Y_{N,T-1}) \quad (2.2)$$

Model analisis deret waktu multivariat di antaranya adalah model fungsi transfer, model *Vector Autoregressive* (VAR), *Vector Error Correction Model* (VECM), dan Model *Multivariate Singular Spectrum Analysis* (MSSA).

### 2.1.3 *Singular Spectrum Analysis* (SSA)

*Singular Spectrum Analysis* (SSA) adalah teknik peramalan data deret waktu yang sangat kuat dalam memprediksi, dimana di dalamnya menggabungkan analisis deret waktu klasik, statistika multivariat, geometri multivariat, sistem dinamis dan pemrosesan sinyal. Tujuan SSA adalah untuk membuat dekomposisi dari data asli ke dalam beberapa kelompok yang independen dan menginterpretasikan komponen-komponen dari data, misalnya tren, komponen osilator dan *noise* (Hassani, 2007). Konsep dasar SSA pada intinya adalah memisahkan komponen-komponen yang ada dalam data deret waktu kemudian melakukan dekomposisi dari deret asli ke dalam sejumlah deret kecil komponen yang independen. Kelebihan dari teknik ini adalah dapat memisahkan unsur-unsur peramalan dengan kombinasi bidang ilmu statistika lainnya seperti *Principal Component Analysis* (PCA). Hal ini akan mendukung hasil peramalan yang baik dengan menunjukkan hasil analisis residual dari nilai ramalan yang sesungguhnya. Selain itu, hasil rekonstruksi akan lebih mendekati hasil peramalan dengan data sebenarnya. Untuk penyelesaian dengan metode SSA terdiri atas dua langkah yaitu dekomposisi dan rekonstruksi.

Tahap pertama dalam SSA adalah dekomposisi, dalam tahap ini terdapat dua tahapan lagi yaitu *embedding* dan *singular value decomposition* (SVD).

Menurut Ischak (2018) Pada tahap dekomposisi akan menggunakan parameter *Window Length* ( $L$ ). Parameter ini berfungsi untuk menentukan banyaknya dimensi matriks lintasan. Data deret waktu menjadi urutan Lag vektor dengan ukuran  $L \times K$  dengan membentuk  $K = N - L + 1$  *lag vector* yang akan membentuk matriks lintasan dari  $X$ . Selanjutnya pada tahap *Singular Value Decomposition* (SVD), dari matriks  $X$  akan menghasilkan *singular value decomposition* (SVD). Didefinisikan  $S = XX^T$  dan ditunjukkan dengan  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  *eigenvalue* dari  $S$  sedangkan *singular value* dinotasikan dengan  $U_1, \dots, U_L$  merupakan *eigenvector* yang sesuai dengan *eigenvalues* pada matriks  $S$ .

Tahap kedua dalam SSA adalah rekonstruksi dengan dua tahapan lagi di dalamnya yaitu *grouping* dan *diagonal averaging*. Pada tahap rekonstruksi ini menggunakan parameter *grouping effect* ( $r$ ). Parameter ini berfungsi untuk menentukan pola pada plot data. Pada tahap *grouping*, matriks yang terbentuk pada tahap sebelumnya yaitu SVD akan dihitung untuk pengelompokkan. Selanjutnya untuk tahap *diagonal averaging*, akan mengubah setiap matriks  $X_{ij}$  dari *grouping* menjadi data deret waktu baru dengan panjang  $N$  yang dimisalkan dengan  $Y$ . Dengan membuat *diagonal averaging* mengubah matriks  $Y$  menjadi deret waktu  $y_1, \dots, y_N$  (Utami, 2019).

#### 2.1.4 Multivariate Singular Spectrum Analysis (MSSA)

*Multivariate singular spectrum analysis* (MSSA) merupakan perluasan dari *singular spectrum analysis* (SSA) yang mempunyai ruang (*space*) dan lag yang lebih bervariasi. MSSA merupakan metode peramalan *non-parametric*, sehingga tidak memerlukan standar asumsi seperti asumsi normalitas, stationeritas, dan

linearitas. Karena tidak terikat asumsi, MSSA dipercaya dapat menghasilkan akurasi yang baik dalam peramalan. Perbedaan mendasar Antara MSSA dengan SSA adalah dalam pembentukan matriks lintasan. Proses MSSA terdiri dari dua tahapan yaitu dekomposisi dan rekonstruksi (Hasanah, 2021).

#### 2.1.4.1 Dekomposisi

Menurut Ischak (2018) Pada tahap dekomposisi akan menggunakan parameter *Window Length* (L). Parameter ini berfungsi untuk menentukan banyaknya dimensi matriks lintasan. Nilai L ini merupakan dimensi dari matriks lintasan yang merupakan matriks dari perkalian *Hankel*. Perbedaan mendasar antara SSA dengan MSSA, adalah dalam pembentukan matriks lintasan. Matriks lintasan dalam SSA terbentuk dengan satu *hankel* matriks sedangkan MSSA terbentuk oleh *blok hankel* matriks disebut *Trajectory Matrix Stacked Hankel*. Pada dekomposisi ada dua tahapan yang dilakukan yaitu *embedding* dan *singular value decomposition* (SVD).

##### A. *Embedding*

Tahap *embedding* pada MSSA akan mengubah data deret waktu menjadi urutan *lag vector* dengan ukuran  $L \times K$  dengan membentuk  $K=N-L+1$  *lag vector* yang akan membentuk matriks lintasan dari X. Pembentukan matriks lintasan untuk MSSA berbeda dengan SSA karena akan menggunakan *blok hankel* matriks yang disebut *Trajectory Matrix Stacked Hankel*. Pada tahap ini dilakukan penentuan parameter optimum dengan *window length* (L), menurut Hassani & Mahmoudvand (2013) seperti dalam persamaan sebagai berikut:

$$L = \frac{S(N + 1)}{S + 1} \quad (2.3)$$

Pada langkah *embedding*, matriks lintasan dapat disusun secara vertikal (VMSSA) dan horizontal (HMSSA).

$$X_{VMSSA} = \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ \vdots \\ X^{(s)} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

atau

$$X_{HMSSA} = [X^{(1)} \quad \dots X^{(i)} \quad \dots X^{(s)}] \quad (2.5)$$

dengan struktur dari masing-masing  $X^i$  sebagai berikut:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1^{(1)} & X_2^{(1)} & \dots & X_K^{(1)} \\ X_1^{(2)} & X_2^{(2)} & \dots & X_K^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1^{(L)} & X_2^{(L)} & \dots & X_K^{(L)} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Pada persamaan (2.5) memiliki dimensi  $L_i \times \sum_{i=1}^s K_i$ , dimana  $K_i = N_i - L_i + 1$ , jika  $N_1 = N_2 = \dots = N_s = N$ ,  $L_1 = L_2 = \dots = L_s = L$ ,  $K_1 = K_2 = \dots = K_s = K$  maka  $L \times s \times K$  untuk blok  $s$  dari matriks  $X^{(i)}$ , merupakan matriks *Hangkel*.

### B. *Singular Value Decomposition (SVD)*

Pada tahap ini, akan menghasilkan *singular value decomposition* (SVD) dari matriks X. Didefinisikan  $S = XX^T$  dan ditunjukkan dengan  $\lambda_1, \dots, \lambda_L$  *eigenvalue* dari S sedangkan *singular value* dinotasikan dengan  $U_1, \dots, U_L$  merupakan *eigenvector* yang sesuai dengan *eigenvalues* pada matriks S. Selanjutnya didefinisikan  $d = \text{rank } X = \max \{i, \text{dimana } \lambda_i > 0\}$

atau biasanya dengan  $d = L^* = \min \{K, L\}$ . Sedangkan *principal component* dinotasikan dengan  $V_i = X^T U_i / \sqrt{\lambda_i}$  ( $i = 1, \dots, d$ ). Sehingga didapatkan SVD dari matriks lintasan  $X$  sebagai berikut (Zhigljavsky, 2011)

$$X = X_1 + \dots + X_d \quad (2.7)$$

dimana  $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ . Matriks  $X$  mempunyai rank 1, karena merupakan matriks elementer. Kumpulan dari  $(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i)$  disebut *eigen triple* ke  $i$  dari SVD. Hasil SVD akan digunakan dalam penentuan *grouping* (Zhigljavsky, 2011).

#### 2.1.4.2 Rekonstruksi

Pada tahap rekonstruksi ini menggunakan parameter *grouping effect* ( $r$ ). Parameter ini berfungsi untuk menentukan pola pada plot data. Pada tahap sebelumnya yaitu dekomposisi dengan penggunaan parameter  $L$ , dan menyajikan serangkaian seri awal yang telah dipisahkan pada SVD maka *eigen triples* yang terbentuk akan membantu dalam penentuan parameter *grouping effect*. Hasil dari tahap rekonstruksi akan mendekati hasil peramalan dengan data asli. Oleh karena itu pengelompokan yang tepat dilakukan akan mendukung hasil peramalan dengan baik dengan menunjukkan nilai MAPE dari nilai ramal dengan data asli. Pada rekonstruksi ada dua tahapan yang dilakukan yaitu *grouping* dan *diagonal averaging*.

##### A. Grouping

Pada tahap *grouping* ini digunakan hasil *eigenvector* pada tahap *singular value decomposition* (SVD). Hasil *eigen triple* dari *eigenvector*

akan dikelompokkan sesuai pola yang terbentuk. Pembentukan kelompok pada tahap ini melalui proses *try and error* untuk mendapatkan kombinasi yang paling sesuai dengan karakteristik kelompoknya. Misalkan  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$  adalah matriks  $XI$  dengan indeks  $i_1, i_2, \dots, i_p$  sesuai dengan kelompok I yang dapat didefinisikan  $X_I = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}$ . Kemudian  $X_I$  disesuaikan dengan kelompok  $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$ . Maka  $X = X_1 + X_2 + \dots + X_d$  dapat diekspansi menjadi  $X = XI_1 + XI_2 + \dots + XI_m$  (Golyandina dkk., 2001).

### B. *Diagonal Averaging*

Pada tahap ini mengubah setiap matriks  $X_i$  dari persamaan (2.6) menjadi data deret waktu baru dengan panjang  $N$  yang dimisalkan dengan  $X$  berikut:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_k \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{k+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_L & X_{L+1} & \dots & X_N \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Jika  $X$  adalah matriks  $L \times K$  dengan elemen  $X_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq L$ ,  $1 \leq j \leq K$ . Definisikan  $L^* = \min(L, K)$ ,  $K^* = \max(L, K)$  dan  $N = L + K - 1$ . Maka  $X^*_{ij} = y_{ij}$  jika  $L < K$  dan  $X^*_{ij} = X_{ji}$  untuk yang lain (Zhigljavsky, 2011).

Dengan membuat *diagonal averaging* mengubah matriks  $X$  menjadi deret waktu  $X_1, \dots, X_N$  dengan rumus seperti berikut.

$$X_k = \begin{cases} \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k X_{m, k-m+1}^* & \text{untuk } 1 \leq k < L^* \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} X_{m, k-m+1}^* & \text{untuk } L^* \leq k \leq K^* \\ \frac{1}{N-k+1} \sum_{m=k-K^*+1}^{N-K^*+1} X_{m, k-m+1}^* & \text{untuk } K^* < k \leq N \end{cases} \quad (2.9)$$

### 2.1.5 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Peramalan dengan MSSA menunjukkan hubungan antar variabel, sehingga dapat meningkatkan akurasi peramalan dibandingkan peramalan dengan SSA. Salah satu tingkat akurasi peramalan dapat diukur dari nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) yaitu rata-rata persentase kesalahan pertama dari beberapa periode. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) adalah rata-rata presentase absolut dari kesalahan peramalan (Abidin dan Jafar, 2014). MAPE akan menunjukkan seberapa besar kesalahan peramalan dibandingkan dengan nilai aktual. Apabila nilai MAPE yang dihasilkan dari sebuah metode peramalan semakin kecil maka metode peramalan tersebut semakin baik. Rumus dari MAPE didefinisikan sebagai berikut:

$$MAPE = \sum_{t=1}^N \frac{|P_t - F_t|}{P_t} \times 100\% \quad (2.10)$$

Untuk mengetahui tingkat akurasi peramalan maka dapat dilihat berdasarkan kategori persentase nilai MAPE seperti yang tertera pada Tabel 2.1 sebagai berikut (Lawrence et al., 2009):

Tabel 2.1. Nilai MAPE

Persentase MAPE	Tingkat Akurasi
< 10%	Sangat Akurat
10% - 20%	Akurat
21% - 50%	Cukup Akurat
> 50%	Tidak Akurat

## **2.2 Tinjauan Non Statistik**

### **2.2.1 Investasi**

Investasi menurut Tandelilin (2010) adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh keuntungan di masa depan. Menurut Sutha (2000), Investasi adalah pemindahan sejumlah dana dengan maksud untuk dapat memelihara, menaikkan nilai, atau memberikan return yang positif. Berdasarkan definsi investasi menurut para ahli sebelumnya, maka dapat diketahui bahwa investasi adalah suatu komitmen atas dana untuk diinvestasikan dengan tujuan untuk memperoleh keuntungan di masa depan serta mempunyai risiko dan hasil yang belum pasti di masa depan.

#### **2.2.1.1 Manfaat Investasi**

Menurut Rahardjo (2006) beberapa manfaat melakukan investasi untuk para investor, yaitu:

1. Memperoleh keuntungan yang sangat variatif.
2. Menyediakan pilihan instrumen investasi yang beragam.
3. Mampu memanfaatkan beberapa momentum (ekonomi, politik dan bisnis) untuk menghasilkan keuntungan.
4. Mampu mengembangkan dana yang dimiliki secara terstruktur dan terarah sesuai target.
5. Mampu melakukan diversifikasi investasi untuk menaikkan keuntungan dan meminimalisasi potensi resiko.

### 2.2.1.2 Tujuan Investasi

Menurut Tandelilin (2010) tujuan seseorang memilih untuk melakukan investasi yaitu:

1. Mendapatkan keuntungan untuk meningkatkan taraf hidupnya yang lebih layak di masa depan.
2. Membantu mengurangi tekanan inflasi. Dengan berinvestasi seseorang dapat meminimalisasi risiko penurunan nilai kekayaan atau hak miliknya akibat adanya pengaruh inflasi.
3. Terciptanya keuntungan investasi yang berkesinambungan (continuity).
4. Penghematan pajak.

### 2.2.1.3 Jenis-jenis Investasi

Menurut Tandelilin (2010), Investasi berkaitan dengan beragam aktifitas yang terbagi menjadi dua, yaitu:

1. *Real investment*, merupakan investasi dalam bentuk nyata seperti investasi dalam bentuk property, tanah, emas, perak dan lain-lain. *Real investment* dikenal juga sebagai investasi tampak (*tangible investment*) yaitu investasi yang dapat dilihat, diraba, dan memiliki bentuk atau aset nyata.
2. *Financial investment*, merupakan investasi terhadap produk-produk keuangan seperti investasi dalam bentuk tetap berupa deposito dan obligasi ataupun bentuk yang tidak tetap berupa investasi saham atau sejenisnya.

### 2.2.2 Logam Mulia

Menurut Mulyo (2005), Logam merupakan unsur dengan sifat fisik yang umumnya berwujud padat, bertitik leleh tinggi, lentur atau tidak mudah patah, mudah dibentuk seperti ditempa atau ditarik, penghantar panas dan listrik yang baik, serta dapat dibuat paduan antar sesama logam. Sedangkan menurut Budiono (2005), Logam merupakan jenis tambang yang keras seperti emas, perak, tembaga dan lainnya. Mulia merupakan mutu yang tinggi atau berharga seperti emas, perak dan lainnya.

Secara umum, logam dikelompokkan menjadi 4 yaitu logam berat, logam ringan, logam mulia dan logam tahan api. Logam mulia merupakan kelompok logam yang sering dijadikan alternatif investasi oleh para investor. Dalam ilmu kimia, logam mulia merupakan jenis logam yang tahan korosi dan oksidasi. Contoh logam mulia yang banyak dijadikan alternatif berinvestasi adalah emas, palladium dan platinum. Umumnya logam mulia memiliki harga yang tinggi, karena sifatnya tahan korosi dan sangat sukar bereaksi dengan asam.

Beberapa keuntungan yang didapat investor saat berinvestasi melalui logam mulia yaitu:

1. Alternatif investasi yang aman untuk menjaga portofolio asset.
2. Merupakan asset yang sangat likuid dalam memenuhi kebutuhan dana yang mendesak, memenuhi kebutuhan modal kerja untuk pengembangan usaha.
3. Terbebas dari pajak karena keuntungan yang diperoleh dari selisih harga jual beli.

4. Harga cenderung stabil, setiap tahunnya mengalami kenaikan sehingga saat dijual kembali akan memperoleh keuntungan yang tinggi.

