

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi Berganda

Analisis regresi merupakan salah satu metode statistika yang mempelajari persamaan secara matematis hubungan antara satu variabel bebas (Y) dengan satu atau lebih variabel terikat (X). Menurut Drapper dan Smith dalam Safitri (2014) mendefinisikan hubungan antara satu variabel bebas dengan satu atau lebih variabel terikat dapat dinyatakan dalam model regresi linier. Secara umum hubungan tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i,1} + \beta_2 X_{i,2} + \dots + \beta_{p-1} X_{i,p-1} + \varepsilon_i \quad (1)$$

Dengan Y_i variabel bebas untuk pengamatan ke- i , untuk i adalah 1, 2, ..., n . $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{p-1}$ merupakan parameter model regresi dan $X_{i,1}, X_{i,2}, \dots, X_{i,p-1}$ sebagai variabel terikat, sedangkan $\varepsilon_i =$ sisa (*error*) untuk pengamatan ke- i yang diasumsikan berdistribusi normal yang saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 (nol) dan varians σ^2 . Dalam notasi matriks persamaan di atas dapat ditulis menjadi :

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & X_{1,1} & X_{1,2} & \cdots & X_{1,p-1} \\ 1 & X_{2,1} & X_{2,2} & \cdots & X_{2,p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n,1} & X_{n,2} & \cdots & X_{n,p-1} \end{bmatrix} \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{p-1} \end{bmatrix} \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

dimana \mathbf{Y} merupakan vektor variabel tidak bebas berukuran $n \times 1$. \mathbf{X} sebagai matriks variabel bebas berukuran $n \times (p - 1)$. $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter berukuran $p \times 1$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor *error* berukuran $n \times 1$.

2.2 Pemodelan *Spatial*

Permasalahan yang muncul pada asumsi model regresi klasik jika digunakan sebagai alat analisis pada pemodelan data *spatial*, yaitu dapat menyebabkan kesimpulan yang kurang tepat karena asumsi *error* saling bebas dan asumsi homogenitas tidak terpenuhi. Tobler (1970) menjelaskan hukum pertama tentang geografi, adalah kondisi pada salah satu titik atau area berhubungan dengan kondisi pada salah satu titik atau area yang berdekatan. Hukum didasarkan pada kajian permasalahan berdasarkan efek lokasi atau *spatial*..

Anselin (1988) menjelaskan dua efek *spatial* dalam ekonometrika meliputi efek *spatial dependence* dan *spatial heterogeneity*. *Spatial dependence* menunjukkan adanya keterkaitan (*autocorrelation*) antar lokasi obyek penelitian (*cross sectional data set*). *Spatial heterogeneity* mengacu pada keragaman bentuk fungsional dan parameter pada setiap lokasi. Lokasi-lokasi kajian menunjukkan ketidak homogenan dalam data.

Menurut LeSage (1999) dan Anselin (1988), secara umum model *spatial* dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan (3) dan (4)

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \quad (3)$$

dengan

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W} \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (4)$$

Dimana \mathbf{y} merupakan vektor variabel bebas, berukuran $n \times 1$, \mathbf{X} adalah matriks variabel terikat, berukuran $n \times (k+1)$, $\boldsymbol{\beta}$ yaitu vektor parameter koefisien regresi, berukuran $(k+1) \times 1$, dan ρ parameter koefisien *spatial lag* variabel bebas, λ merupakan parameter koefisien *spatial lag* pada *error*, \mathbf{u} adalah vektor *error* pada persamaan (3) berukuran $n \times 1$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ yaitu vektor *error* pada persamaan (4) berukuran $n \times 1$, yang berdistribusi normal dengan mean nol dan varians $\sigma^2 \mathbf{I}$ sedangkan \mathbf{W} sebagai matriks pembobot, berukuran $n \times n$ dan \mathbf{I} matriks identitas, berukuran $n \times n$, n banyaknya amatan atau lokasi dengan k adalah banyaknya variabel terikat.

Error regresi (\mathbf{u}) yang diasumsikan memiliki efek lokasi random dan mempunyai autokorelasi secara spatial. \mathbf{W}_1 dan \mathbf{W}_2 merupakan pembobot yang menunjukkan hubungan *contiguity* atau fungsi jarak antar lokasi dan diagonalnya bernilai nol. Berikut ini adalah bentuk matriks persamaan (3).

$$\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n]^T \quad \mathbf{u} = [u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_n]^T \quad \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \dots \quad \varepsilon_n]^T$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & w_{n3} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix}$$

Pemodelan *spatial* dibagi menjadi beberapa macam diantaranya yaitu:

1. *Spatial Error Model* (SEM) terjadi apabila $\rho = 0$ maka model regresi menjadi *spatial autoregressive* dalam *error* atau seperti pada persamaan (5)

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ &= \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W} \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ &= (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

sehingga model dapat ditulis,

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{y} &= (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{u} \\ \mathbf{y} - \lambda \mathbf{W} \mathbf{y} &= \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} - \lambda \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \lambda \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} - \lambda \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{u} \end{aligned} \tag{6}$$

2. Apabila $\rho = 0$ dan $\lambda = 0$ maka akan menjadi model regresi linear sederhana yang estimasi parameternya dapat dilakukan melalui *Ordinary Least Square* (OLS) yaitu regresi yang tidak mempunyai efek spasial.

$$y = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$$

3. LeSage dan Pace (2009) mengenalkan *Spatial Durbin Error Model* (SDEM), dengan adanya penambahan spasial *lag* pada variabel terikat.

$$y = \beta_0 + X_1\beta_1 + \mathbf{W}X_1\beta_2 + X_2\beta_3 + \mathbf{W}X_2\beta_4 + (\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W})^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

2.3 Uji Dependensi *Spatial*

Dependensi *spatial* menunjukkan bahwa pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang letaknya berdekatan. Pengukuran dependensi *spatial* bisa menggunakan Moran's I. Hipotesis yang digunakan adalah :

$H_0 : I_M = 0$ (tidak ada autokorelasi antar lokasi)

$H_1 : I_M \neq 0$ (ada autokorelasi antar lokasi)

Statistik uji (Lee dan Wong, 2001) disajikan pada persamaan berikut.

$$Z_{hitung} = \frac{I_M - I_{Mo}}{\sqrt{\text{var}(I_M)}} \quad (9)$$

dimana

$$I_M = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$E(I_M) = -\frac{1}{n-1}$$

$$\text{var}(I_M) = \frac{n^2(n-1)S_1 - n(n-1)S_2 - 2S_o^2}{(n+1)(n-1)S_o^2}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^n (w_{ij} + w_{ji})^2$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n (w_{io} + w_{oi})^2$$

$$S_o = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

$$w_{io} = \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

$$w_{oi} = \sum_{j=1}^n w_{ji}$$

keterangan :

x_i = data ke-i ($i = 1, 2, \dots, n$)

x_j = data ke-j ($j = 1, 2, \dots, n$)

\bar{x} = rata-rata data

w_{ij} = elemen matriks bobot spasial

$\text{var}(I_M)$ = varians Moran's I

$E(I_M)$ = *expected value* Moran's I

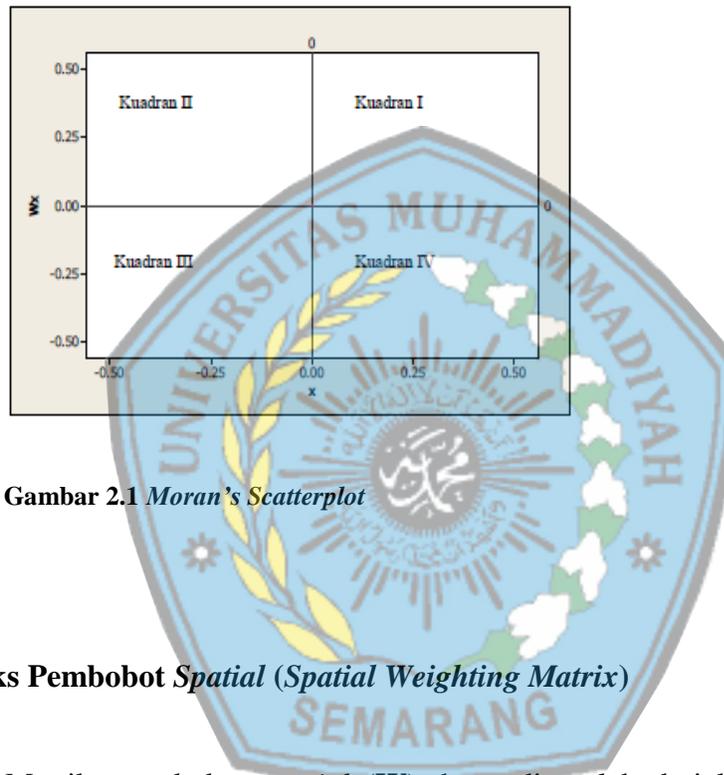
Pengambilan keputusannya adalah H_0 ditolak jika $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$. Nilai dari indeks I adalah antara -1 dan 1. Apabila $I > I_0$ maka data memiliki autokorelasi positif,

jika $I < I_0$ maka data memiliki autokorelasi negatif. Pola pengelompokan dan penyebaran antar lokasi dapat juga disajikan dengan Moran's *Scatterplot* Gambar 2.1. Moran's *Scatterplot* menunjukkan hubungan antara nilai amatan pada suatu lokasi (distandarisasi) dengan rata-rata nilai amatan dari lokasi-lokasi yang bertetangga dengan lokasi yang bersangkutan (Lee dan Wong, 2001).

Scatterplot tersebut terdiri atas empat kuadran, yaitu kuadran I, II, III, dan IV. Lokasi-lokasi yang banyak berada di kuadran I dan III cenderung memiliki autokorelasi positif, sedangkan lokasi-lokasi yang banyak berada di kuadran II dan IV cenderung memiliki autokorelasi negatif. Berikut adalah penjelasan dari masing-masing kuadran (Perobelli dan Haddad, 2003).

- Kuadran I (*High-High*), menunjukkan data yang secara lokasi yang mempunyai nilai amatan tinggi dan dikelilingi oleh data pada lokasi yang mempunyai nilai amatan tinggi.
- Kuadran II (*Low-High*), menunjukkan data yang secara lokasi yang mempunyai nilai amatan rendah dan dikelilingi oleh data lokasi yang mempunyai nilai amatan tinggi.
- Kuadran III (*Low-Low*), menunjukkan data yang secara lokasi yang mempunyai nilai amatan rendah dan dikelilingi oleh data lokasi yang mempunyai nilai amatan rendah.

- Kuadran IV (*High-Low*), menunjukkan data pada lokasi yang mempunyai nilai amatan tinggi dan dikelilingi oleh data pada lokasi yang mempunyai nilai amatan rendah.



Gambar 2.1 *Moran's Scatterplot*

2.4 Matriks Pembobot *Spatial (Spatial Weighting Matrix)*

Matriks pembobot *spatial* (\mathbf{W}) dapat diperoleh dari ketersinggungan antar wilayah dan jarak dari ketetanggaan (*neighborhood*) atau jarak antara satu *region* dengan *region* yang lain. Menurut LeSage (1999), ada beberapa metode untuk mendefinisikan hubungan persinggungan (*contiguity*) antar wilayah, antarlain sebagai berikut :

1. *Linear Contiguity* (Persinggungan tepi)

mendefinisikan $W_{ij} = 1$ untuk wilayah yang berada di tepi kiri maupun kanan wilayah yang menjadi perhatian, $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.

2. *Rook Contiguity* (Persinggungan sisi)

mendefinisikan $W_{ij} = 1$ untuk wilayah yang bersisian dengan wilayah yang menjadi perhatian, $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.

3. *Bhisop Contiguity* (Persinggungan sudut)

mendefinisikan $W_{ij} = 1$ untuk wilayah yang titik sudutnya bertemu dengan sudut wilayah yang menjadi perhatian, $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.

4. *Double Linear Contiguity* (Persinggungan dua tepi)

mendefinisikan $W_{ij} = 1$ untuk dua *entity* yang berada di sisi kiri dan kanan wilayah yang menjadi perhatian, $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.

5. *Double Rook Contiguity* (Persinggungan dua sisi)

mendefinisikan $W_{ij} = 1$ untuk dua *entity* di kiri, kanan, utara dan selatan wilayah yang menjadi perhatian, $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.

6. *Queen Contiguity* (persinggungan sisi-sudut)

mendefinisikan $W_{ij} = 1$ untuk *entity* yang bersisian atau titik sudutnya bertemu dengan *region* yang menjadi perhatian, $W_{ij} = 0$ untuk wilayah lainnya.

Dalam Penelitian ini menggunakan pembobot *customize* karena matriks pembobot *spatial* ini tidak hanya mempertimbangkan faktor persinggungan dan kedekatan antar lokasi wilayah akan tetapi faktor-faktor lainnya yang disesuaikan dengan karakteristik masalahnya. Karakteristik yang dimaksud adalah adanya hubungan saling mempengaruhi antar wilayah karena memiliki hubungan timbal balik. Dimana $W=1$ untuk wilayah yang bersisian atau titik sudutnya bertemu dengan wilayah yang menjadi perhatian, $W_{ij}=0$ untuk wilayah lainnya.



2.5 Spatial Durbin Error Model

Model *spatial* dari SEM memiliki bentuk seperti persamaan (5), sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dimana \mathbf{y} adalah $n \times 1$ vektor variabel bebas, \mathbf{X} adalah $n \times p$ matriks pada variabel terikat, $\boldsymbol{\beta}$ adalah $p \times 1$ vektor pada koefisien regresi, \mathbf{W} adalah $n \times n$ matriks pembobot spatial, λ adalah parameter spatial dependensi, dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor berdistribusi independen dan identik (i.i.d). Persamaan (5) dapat diselesaikan hingga didapat \mathbf{u} ,

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{W}\mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{u} - \lambda \mathbf{W}\mathbf{u} = \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})\mathbf{u} = \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\mathbf{u} = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}$$

dari persamaan (5) dan (6),

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

LeSage dan Pace (2009) mengenalkan *Spatial Durbin Error Model* (SDEM), dengan adanya penambahan spatial *lag* pada variabel terikat

$$y = \beta_0 + X_1\beta_1 + \mathbf{W}X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + \mathbf{W}X_2\beta_2 + X_3\beta_3 + \mathbf{W}X_3\beta_3 + X_4\beta_4 + \mathbf{W}X_4\beta_4 + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \varepsilon \quad (11)$$

persamaan (10) dapat dinyatakan menjadi persamaan (11)

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \varepsilon \quad (12)$$

Dimana $\mathbf{Z} = [\mathbf{I} \ X_1 \ X_2 \ \mathbf{W}X_1 \ \mathbf{W}X_2]$ dan $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4]^T$, $\mathbf{W}X$ adalah *spatial Lag* pada X dan \mathbf{I} merupakan matriks identitas 1×1 .

2.6 Estimasi Parameter *Spatial Durbin Error Model* (SDEM)

Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) digunakan untuk mengestimasi parameter SDEM. Dari persamaan (11) dibentuk fungsi *likelihood*, pembentukan fungsi *likelihood* tersebut dilakukan melalui *error* ε . Hasil pembentukan fungsi tersebut yaitu pada persamaan (12)

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \varepsilon \quad (13)$$

$$\varepsilon = \mathbf{y}(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) - (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})\mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}$$

$$\varepsilon = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})$$

Dimana ,

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{I} \ X_1 \ X_2 \ \mathbf{W}X_1 \ \mathbf{W}X_2] \text{ dan } \boldsymbol{\beta} = [\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4 \ \beta_5]^T$$

$$J = \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| = |I - \lambda \mathbf{W}|$$

sehingga menghasilkan,

$$L(\lambda, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2; \mathbf{y}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} |J| e^{\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} \right\}}$$

$$L(\lambda, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2; \mathbf{y}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} |I - \lambda \mathbf{W}| e^{\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})]^T [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})] \right\}} \quad (14)$$

Operasi logaritma natural (ln likelihood) pada persamaan (15)

$$\ln L(\lambda, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2; \mathbf{y}) = c - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \ln |I - \lambda \mathbf{W}| - \frac{1}{2\sigma^2}$$

$$[(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})]^T [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})] \quad (15)$$

Dari persamaan tersebut akan didapatkan estimasi parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, $\hat{\lambda}$ dan $\hat{\sigma}^2$.

2.7.1 Estimasi Parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$

Estimasi parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ diperoleh dengan memaksimalkan fungsi *ln likelihood* persamaan (15), yaitu turunan pertama persamaan tersebut terhadap $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan membuatnya sama dengan nol seperti berikut :

$$\frac{\partial L(\lambda, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2; \mathbf{y})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial \left\{ c - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \ln |\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}| - \frac{1}{2\sigma^2} [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})]^T [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})] \right\}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0}$$

$$\frac{1}{\sigma^2} \left\{ [\mathbf{Z}^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{y}] - [\mathbf{Z}^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{Z}] \boldsymbol{\beta} \right\} = \mathbf{0}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{Z}^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{Z}]^{-1} [\mathbf{Z}^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^T (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \mathbf{y}] \quad (16)$$

2.7.2 Estimasi Parameter $\hat{\sigma}^2$

Estimasi parameter $\hat{\sigma}^2$, diperoleh dengan penurunan pertama persamaan

(16) terhadap $\hat{\sigma}^2$ dan membuatnya sama dengan nol seperti berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\lambda, \boldsymbol{\beta}, \sigma^2; \mathbf{y})}{\partial \sigma^2} &= \mathbf{0} \\ \frac{\partial \left\{ c - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \ln |\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}| - \frac{1}{2\sigma^2} [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})]^T [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})] \right\}}{\partial \sigma^2} &= \mathbf{0} \\ -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})]^T [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})] &= \mathbf{0} \\ \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{n} [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})]^T [(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})] \quad (17) \end{aligned}$$

2.7.3 Estimasi Parameter $\hat{\lambda}$

Estimator $\hat{\lambda}$ tidak dapat diperoleh dari residual OLS, estimator $\hat{\lambda}$ diperoleh dari bentuk eksplisit dari *concentrated ln likelihood function*

(Anselin, 2001). Dengan mensubstitusikan persamaan (16) dan (17) ke dalam persamaan dan mengabaikan konstanta, maka

$$\ln L(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \left\{ \frac{1}{n} (\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}) \right\} + \ln |\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}| \quad (18)$$

karena sifatnya yang tidak *closed form*, maka penyelesaian untuk mencari estimasi parameter dilakukan dengan metode iteratif.



2.8 Evaluasi Model *Spatial Econometrics*

Evaluasi model *spatial econometrics* yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan kriteria. Menurut Setiawan dan Kusri D.E (2010) terdapat tiga kriteria untuk menentukan apakah model yang diperoleh layak atau tidak dalam sebuah penelitian. Kriteria tersebut yaitu :

2.8.1 Kriteria Ekonomi Secara Apriori

Pada kriteria ekonomi hasil estimasi akan dievaluasi, apakah sudah sesuai dengan teori ekonomi dengan model yang diperoleh dimana dilihat dari tanda dan ukuran dari koefisien model

2.8.2 Kriteria Statistik

Kriteria statistika berkaitan dengan pengujian kesesuaian model. Ada beberapa hal yang akan dievaluasi, yaitu koefisien determinasi, signifikansi, serta pengujian hipotesis. Suatu model dikatakan baik apabila R^2 nya tinggi, nilai AIC modelnya rendah, serta memutuskan menolak H_0 pada pengujian hipotesis.

2.8.3 Kriteria Ekonometrika

Kriteria ini berkaitan dengan evaluasi terhadap asumsi klasik, apakah semua asumsi klasik terpenuhi atau tidak. Beberapa asumsi klasik yang harus dipenuhi

adalah residual berdistribusi normal, tidak terjadi multikolinieritas, tidak terjadi heteroskedastisitas, dan terjadi autokorelasi.

2.8.4 Akaike Information Criteria (AIC)

AIC dalam Acquah (2013) adalah suatu ukuran informasi yang berisi pengukuran terbaik dalam uji kelayakan estimasi model. AIC biasanya digunakan untuk memilih manakah model yang terbaik diantara model-model yang diperoleh. Pemilihan model didasarkan pada kesalahan hasil ekspektasi yang terkecil yang membentuk data observasi baru (error) yang berdistribusi sama dari data yang digunakan, lebih lanjut AIC mampu mengukur kecocokan model dari estimasi menggunakan estimasi *maximum likelihood* dari data yang sama, didefinisikan:

$$AIC = -2 \log(L) + 2p \quad (19)$$

Dimana p adalah jumlah parameter model dan L adalah nilai *maksimum likelihood* dari hasil estimasi model

2.9 Indeks Pembangunan Manusia

Dalam UNDP (United Nations Development Programme), pembangunan manusia merupakan proses untuk memperbesar pilihan-pilihan bagi manusia (“a process of enlarging people’s choices”). Konsep atau definisi pembangunan manusia tersebut pada dasarnya mencakup dimensi pembangunan yang sangat luas. Dalam

konsep pembangunan manusia, yang seharusnya dianalisis dan perlu dipahami dari suatu pembangunan adalah dari sudut manusia bukan hanya dari pertumbuhan ekonominya saja. Sebagaimana kutipan UNDP (Human Development Report, 1995) tentang beberapa premis penting dari pembangunan manusia antara lain:

1. Penduduk adalah pusat perhatian yang harus diutamakan pada proses pembangunan.
2. Pembangunan bertujuan untuk memperbesar pilihan-pilihan bagi penduduk, bukan hanya untuk meningkatkan pendapatan masyarakat. Sehingga konsep pembangunan manusia lebih dipusatkan pada penduduk secara menyeluruh tidak hanya pada aspek ekonomi saja.
3. Pembangunan manusia bertujuan untuk memanfaatkan kemampuan manusia secara optimal bukan hanya untuk meningkatkan kemampuan manusia.
4. Empat pilar pokok pendukung pembangunan manusia, yaitu: produktifitas, pemerataan, kesinambungan, dan pemberdayaan.
5. Pembangunan manusia menjadi dasar dalam penentuan tujuan pembangunan dan dalam menganalisis pilihan-pilihan untuk mencapainya. Penduduk di tempatkan sebagai tujuan akhir sedangkan upaya pembangunan dipandang sebagai sarana untuk mencapai tujuan itu. Untuk menjamin tercapainya tujuan pembangunan manusia, ada empat hal pokok yang perlu diperhatikan yaitu:

a. Produktifitas

Penduduk harus meningkatkan partisipasi penuh dan produktifitas dalam proses menciptakan pendapatan, karena pembangunan ekonomi merupakan bagian dari model pembangunan manusia.

b. Pemerataan

Penduduk memiliki kesempatan yang sama untuk mendapatkan akses terhadap sumber daya ekonomi dan sosial. Penghapusan akses yang dapat menghambat penduduk dalam mendapatkan kesempatan pemerataan sumber daya ekonomi dan sosial, dengan tujuan penduduk dapat ikut berpartisipasi penuh dan memperoleh manfaat dari kegiatan produktif guna meningkatkan kualitas hidup.

c. Kestinambungan

Semua sumber daya baik sumber daya manusia maupun lingkungan harus selalu diperbarui karena sumber daya dipastikan tidak hanya untuk generasi-generasi yang akan datang.

d. Pemberdayaan

Penduduk harus berpartisipasi penuh dalam keputusan dan proses penentuan (bentuk/arah) kehidupan serta proses pembangunan.

Menurut United Nations Development Programme (UNDP), IPM menjadi salah satu acuan suatu negara dikatakan sebagai negara. maju, yang tentu saja

menjelaskan seberapa besar perkembangan manusia disuatu negara. Sumber daya manusia di Indonesia biasa dieksplorasi dan digali sehingga menunjukkan IPM yang signifikan. IPM adalah indeks komposit yang dipengaruhi oleh tiga indikator dasar meliputi indikator kesehatan yang diukur dari Umur Harapan Hidup (UHH), indikator pendidikan diwakili oleh Angka Melek Huruf (AMH) dan Rata - rata Lama Sekolah (RLS) sedangkan indikator ekonomi diukur dari kemampuan Daya Beli masyarakat (PPP). Davies and Quinlivan (2006), mengemukakan IPM merupakan indeks komposit yang dipengaruhi oleh indikator kesehatan yang diukur dari umur (harapan hidup), indikator pendidikan yang diukur dari angka melek huruf, dan indikator ekonomi yang diukur dari kemampuan daya beli masyarakat atau pengeluaran riil perkapita.

Pengertian IPM yang dikeluarkan oleh UNDP yang menyatakan bahwa Indeks IPM atau Human Development Indeks (HDI) adalah suatu pendekatan yang digunakan untuk mengukur tingkat keberhasilan pembangunan manusia. IPM mulai digunakan oleh UNDP pada tahun 1990 untuk mengukur upaya pencapaian pembangunan manusia di suatu negara. Walaupun tidak seluruhnya dimensi dari pembangunan dapat diukur, namun mampu mengukur dimensi pokok pembangunan manusia yang dinilai mencerminkan status kemampuan dasar (basic capabilities) penduduk. IPM dihitung berdasarkan empat indikator yang dapat mewakili atau menggambarkan komponen IPM yaitu angka harapan hidup yang mewakili bidang kesehatan, angka melek huruf dan rata-rata lamanya bersekolah mengukur capaian pembangunan di bidang

pendidikan, dan kemampuan daya beli / paritas daya beli (PPP) masyarakat terhadap sejumlah kebutuhan pokok yang dilihat dari rata-rata besarnya pengeluaran perkapita sebagai pendekatan pendapatan yang mewakili capaian pembangunan untuk hidup layak.

Konsep pembangunan manusia yang seutuhnya yaitu konsep pembangunan yang menghendaki peningkatan kualitas hidup penduduk baik secara mental, fisik maupun spritual. Bahkan secara eksplisit dijelaskan bahwa pembangunan yang dilakukan menitikberatkan pada pembangunan sumber daya manusia sejalan dengan pertumbuhan ekonomi. Pembangunan sumber daya manusia secara fisik dan mental mempunyai arti peningkatan kapasitas dasar penduduk yang pada akhirnya akan memperbesar kesempatan untuk dapat berpartisipasi dalam proses pembangunan yang berkelanjutan, dengan tujuan untuk mengukur dampak dari upaya peningkatan kemampuan dasar tersebut. Indikator yang digunakan sebagai komponen dasar penghitungannya meliputi angka harapan hidup waktu lahir, pencapaian pendidikan yang diukur dengan angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah, serta pengeluaran konsumsi. Capaian IPM suatu negara atau wilayah menunjukkan sejauh mana negara atau wilayah itu mencapai sasaran yang telah ditentukan yaitu angka harapan hidup 85 tahun, pendidikan dasar bagi semua lapisan masyarakat (tanpa kecuali), dan tingkat pengeluaran dan konsumsi yang telah mencapai standar hidup layak. Pembentukan modal manusia merupakan suatu proses perolehan dan peningkatan jumlah orang yang

mempunyai keahlian, pendidikan, dan pengalaman yang dapat menentukan bagi pembangunan ekonomi suatu negara. Pembentukan modal manusia dikaitkan dengan investasi pada manusia dan pengembangannya sebagai sumber yang kreatif dan produktif.

1. Komponen Pembangunan Manusia

Lembaga *United Nations Development Programme* (UNDP) telah mengeluarkan laporan pembangunan sumber daya manusia dalam ukuran kuantitatif yang disebut *Human Development Indeks* (HDI). Meskipun HDI merupakan alat ukur pembangunan SDM yang dirumuskan secara konstan, diakui tidak akan pernah menangkap gambaran pembangunan SDM secara sempurna. Adapun indikator yang dipilih untuk mengukur dimensi HDI adalah sebagai berikut: (UNDP, *Human Development Report* 1993: 105106)

- a. *Longevity*, diukur dengan variabel harapan hidup saat lahir diukur dengan dua indikator, yakni melek huruf penduduk usia 15 tahun ke atas (*adult literacy rate*) dan tahun rata-rata bersekolah bagi penduduk 25 ke atas (*the mean years of schooling*).
- b. *Access to resource*, dapat diukur secara makro melalui PDB riil perkapita dengan terminologi *purchasing power parity* dalam dolar AS dan dapat dilengkapi dengan tingkatan angkatan kerja.

Secara khusus, IPM digunakan untuk mengukur capaian pembangunan manusia yang berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup (BPS, 2009). Sebagai ukuran kualitas hidup, IPM dibangun melalui tiga dimensi dasar yaitu:

- a. Dimensi umur panjang dan hidup sehat.
- b. Dimensi pengetahuan.
- c. Dimensi standar hidup layak (BPS:2014)

Dari penjelasan tersebut dapat disimpulkan bahwa komponen-komponen yang mempengaruhi IPM antara lain:

1. Indeks Harapan hidup

Indeks Harapan Hidup menunjukkan jumlah tahun hidup yang diharapkan dapat dinikmati penduduk suatu wilayah. Dengan informasi berupa data mengenai angka kelahiran dan kematian per tahun, variabel ini diharapkan dapat mencerminkan rata-rata lama hidup sekaligus hidup sehat masyarakat. Karena sulitnya mendapatkan informasi orang yang meninggal pada waktu tertentu, maka metode yang digunakan dalam menghitung angka harapan hidup adalah metode tidak langsung. Data dasar yang dibutuhkan dalam metode tidak langsung berupa rata-rata anak lahir hidup dan rata-rata anak masih hidup dari wanita pernah kawin. Proses penghitungan angka harapan hidup ini disediakan oleh program Mortpak. Untuk mendapatkan Indeks Harapan Hidup dengan cara menstandartkan angka harapan hidup terhadap nilai maksimum dan minimumnya.

2. Indeks Hidup Layak

Untuk mengukur dimensi standar hidup layak (daya beli), UNDP menggunakan indikator yang dikenal dengan *real per kapita GDP adjusted*. Untuk perhitungan IPM sub nasional (provinsi atau kabupaten/kota) tidak memakai PDRB per kapita karena PDRB per kapita hanya mengukur produksi suatu wilayah dan tidak mencerminkan daya beli riil masyarakat yang merupakan konsentrasi IPM. Untuk mengukur daya beli penduduk antar provinsi di Indonesia, BPS menggunakan data rata-rata konsumsi 27 komoditi terpilih dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) yang dianggap paling dominan dikonsumsi oleh masyarakat Indonesia dan telah distandarkan agar bisa dibandingkan antar daerah dan antar waktu yang disesuaikan dengan indeks PPP (*Purchasing Power Parity*).

3. Indeks Pendidikan

Penghitungan Indeks Pendidikan mencakup dua indikator yaitu angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah. Penduduk berumur 15 tahun keatas menjadi objek perhitungan populasi yang digunakan karena pada kenyataannya penduduk usia tersebut sudah ada yang berhenti sekolah. Batasan ini digunakan untuk mencerminkan kondisi masyarakat yang sebenarnya mengingat penduduk yang berusia kurang dari 15 tahun masih dalam proses sekolah atau akan sekolah sehingga belum pantas untuk rata-rata lama sekolahnya. Kedua indikator pendidikan ini diharapkan dapat mencerminkan tingkat pengetahuan dimana angka melek huruf merupakan proporsi penduduk yang memiliki kemampuan baca tulis dalam suatu kelompok penduduk secara keseluruhan. Sedangkan cerminan rata-rata lama sekolah merupakan gambaran terhadap keterampilan yang dimiliki

penduduk. Menurut Todaro (2006) pembangunan manusia ada tiga komponen universal sebagai tujuan utama meliputi:

- a. Kecukupan, yaitu merupakan kebutuhan dasar manusia secara fisik. Kebutuhan dasar merupakan kebutuhan yang harus dipenuhi karena jika tidak dipenuhi maka akan menghentikan kehidupan manusia dan menyebabkan keterbleakangan absolut.
- b. Jati Diri, merupakan komponen dari kehidupan yang serba lebih baik, diantaranya adanya dorongan dari diri sendiri untuk maju, untuk menghargai diri sendiri, untuk merasa diri pantas dan layak mengejar sesuatu.
- c. Kebebasan dari Sikap Menghamba, merupakan kemampuan untuk memiliki nilai universal yang tercantum dalam pembangunan manusia yaitu kemerdekaan manusia. Kemerdekaan dan kebebasan di sini diartikan sebagai kemampuan berdiri tegak sehingga tidak diperbudak oleh pengejaran dari aspek-aspek materil dalam kehidupan. Dengan adanya kebebasan kita tidak hanya semata-mata dipilih tapi kitalah yang memilih.

2.9.1 Pengukuran Indeks Pembangunan Manusia

Dalam IPM terdapat tiga dimensi dasar atau indikator yang digunakan untuk mengukur besarnya IPM di suatu negara, antara lain:

1. Tingkat kesehatan , yang diukur dari harapan hidup saat lahir (tingkat kematian bayi).

2. Tingkat pendidikan, diukur dengan angka melek huruf (dengan bobot dua per tiga) dan rata-rata lama sekolah (dengan bobot sepertiga).
3. Standar kehidupan layak diukur dengan tingkat pengeluaran perkapita per tahun.

Persamaan umum yang digunakan dalam perhitungan IPM yaitu :

$$\text{IPM} = 1/3 (\text{Indeks harapan hidup} + \text{Indeks pendidikan} + \text{Indeks standar hidup layak})$$

Tabel 2.2 Tabel Capaian IPM di Pulau Jawa

Provinsi	IPM
DKI	78,99
Banten	70,27
Jabar	69,50
Jateng	69,49
DIY	77,59
Jatim	68,95

Berdasarkan tabel IPM seluruh provinsi se-pulau jawa pada tahun 2015, capaian IPM Provinsi Jawa tengah berada pada kisaran 69,49. Capaian ini merupakan yang terburuk kedua setelah Provinsi Jawa Timur.